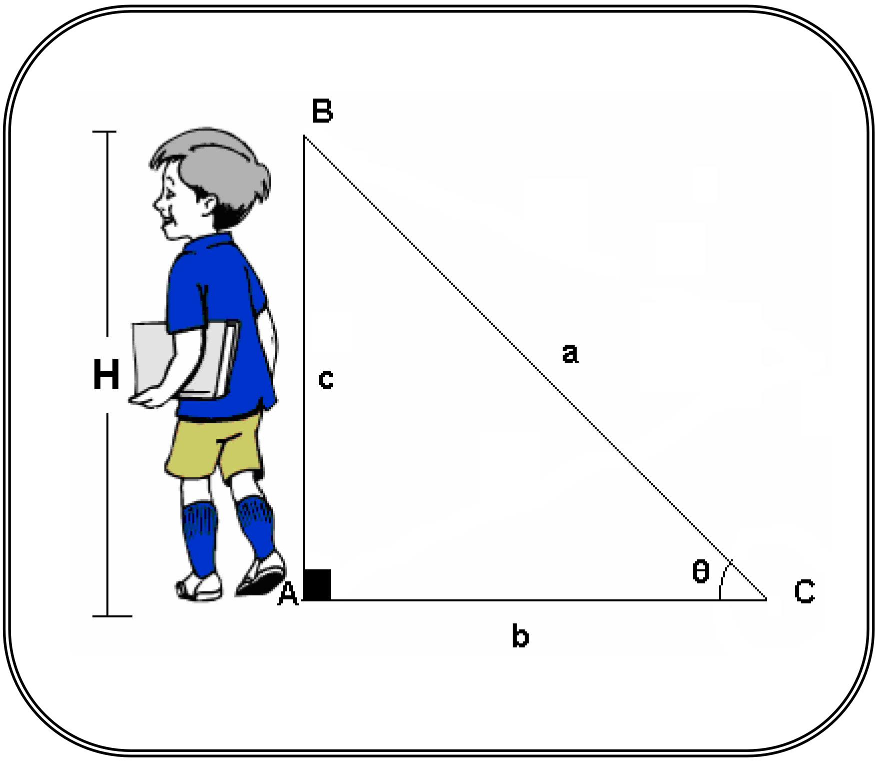
FICHAS DE RAZONES TRIGONOMÉTRICOS DE ÁNGULOS AGUDOS

TRIGONOMETRIA

Al finalizar el presente capítulo el alumno será capaz de:

1. Identificar los elementos de un triángulo rectángulo y establecer las relaciones que existen entre sus lados y ángulos.
2. Saber definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.
3. Reconocer y aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas.

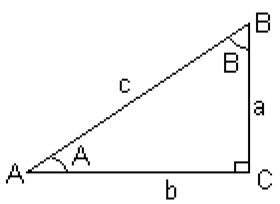


Introducción:

Cien años antes de nuestra era, los griegos inventaron la trigonometría para resolver problemas de astronomía, navegación y geografía. En cambio los hindúes consideraron la trigonometría básicamente como herramienta de la astronomía.

En su forma más básica, la trigonometría es el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo.

El desarrollo del presente capítulo lo haremos en el triángulo rectángulo.



Del gráfico ABC es un triángulo rectángulo del cual tenemos:

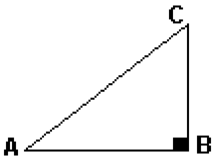
I. Catetos: a y b
II. A + B = 90º; A y B son ángulos agudos y complementarios.
III. $(AC)^2+(BC)^2=(AB)^2$ teorema de Pitágoras.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIANGULO RECTÁNGULO

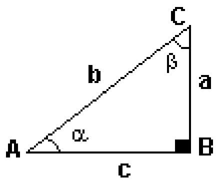
TRIANGULO RECTÁNGULO.- Es aquel triángulo en el que uno de sus ángulos es recto y los otros dos agudos.

Así:



A y C son ángulos agudos
B es recto
B=90º

En el siguiente triángulo rectángulo se pueden observar los siguientes elementos.



a y c catetos b hipotenusa α y β ángulos agudos

Además:
BC: cateto opuesto al ángulo α
AB: cateto adyacente al ángulo α

Se acostumbra a representar los lados con la misma letra que la del vértice opuesto pero con minúscula.

Propiedades:

1. En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que los catetos.

$\boxed{b > a}$ y $\boxed{b > c}$

2. En todo triángulo, sus ángulos agudos son complementarios.

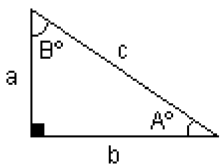
$$\boxed{m < A + m > C = 90^{o}}$$

3. En todo triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras.

$$\boxed{B^2 = a^2 + c^2}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Denominado a cualquiera de los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.



$$\text{SenA} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.O}{H} = \frac{a}{c}$$

AyudaparaDocentes.com

$$CosA = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.A}{H} = \frac{b}{c}$$

$$TgA = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{C.O}{C.A} = \frac{a}{b}$$

$$CtgA = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{C.A}{C.O} = \frac{b}{a}$$

$$SecA = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{H}{C.A} = \frac{c}{b}$$

$$CscA = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{H}{C.O} = \frac{c}{a}$$

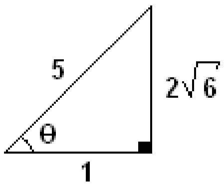
No olvides:

- Si recuerdas las 3 primeras razones es suficiente para deducir los demás.
- Las razones trigonométricas de un ángulo agudo son todos positivos
- Las razones trigonométricas no dependen de las longitudes de los lados del triángulo rectángulo sino de las medidas de sus ángulos.

Ejemplos:

1. Si $5Cos\theta=1$
   Calcular $E=Sen2\theta+\frac{1}{2}$

Solución: $5Cos\theta=1 \rightarrow Cos\theta=\frac{1}{5}$



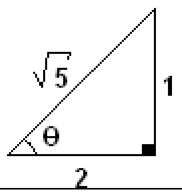
$$\therefore E=\left(\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2+\frac{1}{2}$$

$$E=\frac{24}{25}+\frac{1}{2}=\frac{48+25}{50}=\frac{73}{50}$$

2. Si $Tan\alpha=\frac{1}{2}$, calcular:

$M=\sqrt{5}\ Cos\alpha+Ctg\alpha$

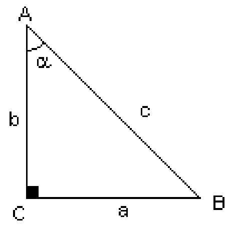
Solución:



$$\therefore M=\sqrt{5}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\frac{2}{1}$$

$M=2+2$

$M=4$



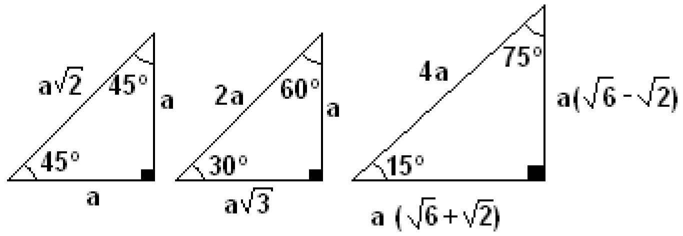
a y b → catetos
c → hipotenusa

Teorema de Pitágoras
$a^2+b^2=c^2$

RAZONES RECÍPROCAS	RAZONES DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS (corrazones)
Como: $SenA=\frac{a}{c}$ y $CscA=\frac{c}{a} \rightarrow SenA \, . \, cscA = 1$ Como: $CosA=\frac{b}{c}$ y $SecA=\frac{c}{b} \rightarrow CosA \, . \, SecA = 1$ Como: $TgA=\frac{a}{b}$ y $CtgA=\frac{b}{a} \rightarrow TgA \, . \, CtgA = 1$ Nota: Si el producto de dos razones recíprocas es uno, entonces los ángulos son iguales. $Sen\alpha \, . \, Csc\theta=1 \rightarrow \alpha=\theta$	$\left.\begin{array}{l} \boxed{SenA = CosB} \\ \boxed{TgA = CtgB} \\ \boxed{SenA = CscB} \end{array}\right\} A + B = 90°$ **NOTA:** Sen x = Cos(90-x) Tg x = Ctg(90-x) Secx = Csc(90-x)

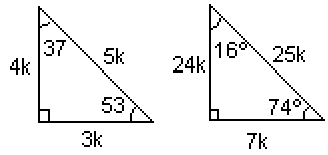
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES
15º, 30º, 45º, 60º Y 75º

TRIGONOMETRIA



Ángulo	**15º**	**30º**	**45º**	**60º**	**75º**
Seno	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$
Coseno	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	$(\sqrt{6}-\sqrt{6})/4$
Tangente	$2-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
Cotangente	$2+\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	$2-\sqrt{3}$
Secante	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})$	$2\sqrt{3}/3$	$\sqrt{2}$	2	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})$
Cosecante	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$	2	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}/3$	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE OTROS TRIANGULOS NOTABLES



	37º	**53º**	**16º**	**74º**
Sen	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{24}{25}$
Cos	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{7}{25}$
Tg	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{24}{7}$
Ctg	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{24}{7}$	$\frac{7}{24}$
Sec	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{25}{24}$	$\frac{25}{7}$
Csec	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{25}{24}$

Ejemplos:

1. Calcular x en:

   $4Sec37^o = x\left(2+Sen\frac{\pi}{6}\right)$

   Solución:

   $\cancel{4}\left(\frac{5}{\cancel{4}}\right)=x(2+Sen30^o)$

   $5=x\left(2+\frac{1}{2}\right)$

   $\cancel{5}=x\left(\frac{\cancel{5}}{2}\right)$

   $\boxed{X=2}$

2. (x+2)Cos 60º=6

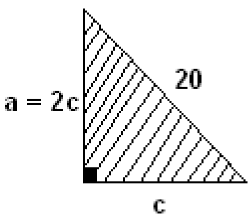
   Solución:

   $(x+2)\frac{1}{2}=6$

   X+2=12
   X=10

3. En un triángulo ABC recto en B la hipotenusa mide 20m. además se tiene que TanA=4TanC. Hallar el área de dicho triángulo.

   Solución:



   TanA=4TanC

   $\frac{a}{c}=\frac{4c}{a}$

   $a^2=4c^2 \rightarrow a=2C$

   $\therefore$(2c)2+c2=202

   5c2=400

$a=4\sqrt{5}$

$\therefore a=8\sqrt{5}$

$$A=\frac{(8\sqrt{5})(4\sqrt{5})}{2}$$

$A=80m^2$

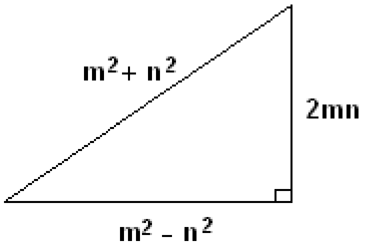
TRIANGULOS PITAGÓRICOS

Se denominan de esta manera a aquellos triángulos rectángulos cuya medida de sus lados esta expresada por números enteros. Los lados de todo triángulo pitagórico tienen la siguiente forma:

Ponte mosca:

$$Sen45º = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Cos\ 45º = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ojo:
Las parejas de RT. Recíprocas se observaron mejor así:

$Sen\theta$

$Cos\theta$

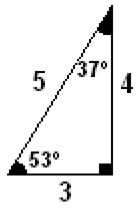
$Tan\ \theta$

$Ctg\ \theta$

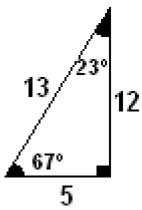
$Sec\ \theta$

$Csc\theta$

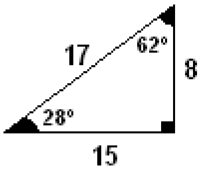
a) m=2
n=1



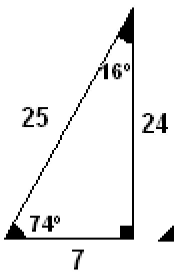
b) m=3
n=2



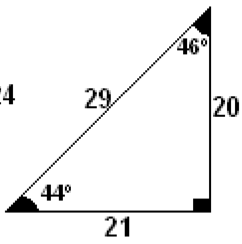
c) m=4
n=1



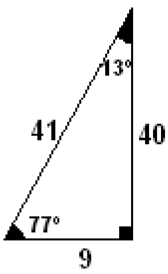
a) m=4
n=3



b) m=5
n=2



c) m=5
n=4



Ejemplos:

1. Hallar x en: x-1=[Sen37.Cos37Tan37]25

Resolución:

$$x-1=\left[\frac{3}{5}.\frac{\cancel{4}}{5}.\frac{3}{\cancel{4}}\right]25 \qquad x-1=9$$

$$x-1=\left[\frac{9}{25}\right]25 \qquad \rightarrow \qquad x=10$$

2. Hallar x en:

$$4Sen\frac{\pi}{6}-2Csc\frac{\pi}{6}=7x-3Tan^2\frac{\pi}{3}$$

Resolución:

$4Sen30º-2Csc30º=7x-3Tan^2 60º$

$$4\left(\frac{1}{2}\right)-2(2)=7x-3\left(\sqrt{3}\right)^2$$

2-4=7x-9

7x=7

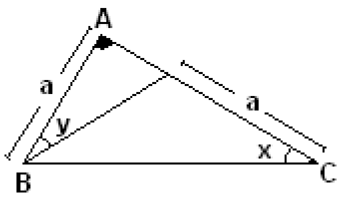
X=1

3. Si θ=10º Calcular E=$\dfrac{Sen5\theta\,.\,Sec4\theta}{Cos2\theta\,.\,Csc7\theta}$

Resolución:

$$E=\frac{Sen50.Sec40}{Cos20.Csc70}=\frac{Sen50.Csc50}{Cos20.Sec20}=\frac{1}{1}=1$$

4. Calcular E=Ctgx – Tany en:



Resolución:

Como AB=DC=a

En BAD: AD=a Tany

En BAC: Ctgx = $\dfrac{a+a\tan y}{a}$

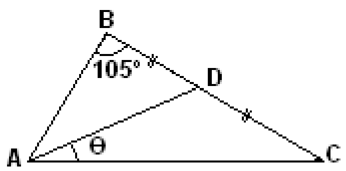
Donde ctgx – Tany = 1

$\therefore$E=1

5. Te Reto:

Calcular: E=Tanθ + Ctgθ

Si:



CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Si Cosα=$\dfrac{2}{3}$, calcular Tanα

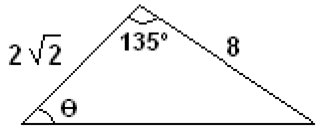
2. En un triángulo rectángulo BAC simbolizar:

$$P=\frac{(c^2-b^2)TanB\ Sen^2C}{Cos^2B-Cos^2C}$$

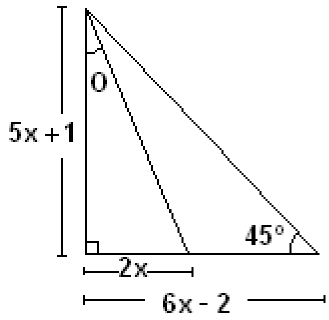
3. Calcular:

K=Tan^{2}60º + 4Cos^{2}45º+3Sec^{2}30º

4. En un triángulo rectángulo ABC(recto en B) AB=3 y BC=7 si se prolonga BC hasta el punto D y Tan ADB=$\frac{1}{4}$, calcular CD.
5. Si θ es agudo y además Tanθ=Csc30º-Cos60º calcular $\sqrt{13}$(Senθ+Cosθ)
6. Hallar Tanθ en:



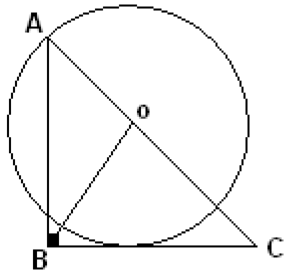
7. Calcular Tanθ en:



8. Si α=7,5º. Calcular:

$$R=\frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}11\alpha}+\frac{\text{Cos}2\alpha}{\text{Sen}10\alpha}+\frac{\text{Sen}3\alpha}{\text{Cos}9\alpha}+\frac{\text{Cos}4\alpha}{\text{Sen}8\alpha}+\frac{\text{Sen}5\alpha}{\text{Cos}7\alpha}$$

9. Calcular Tanθ si:
   $m < OBC = \theta \wedge m < OCB = 37º$



REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Hallar x en:
   xCos 60º + Sec60º = Tan²60º - xSen30º

   a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$
   d) 2 e) $\frac{5}{2}$

2. Si: Tanα=$\frac{24}{7}$ calcular:
   Senα + Cosα (α es ángulo agudo)

TRIGONOMETRIA

a) 1 b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{31}{25}$

d) $\frac{32}{25}$ e) $\frac{49}{25}$

3. Si $Tan\alpha = \sqrt{7}$ calcular:

$\frac{Sen\alpha + Cos\alpha}{Sen\alpha - Cos\alpha}$ (α es agudo)

a) $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$ b) $\frac{4-\sqrt{7}}{3}$ c) $\frac{3-\sqrt{7}}{4}$

d) $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

4. Si a=45º b=15º

Calcular:

$$L = \frac{Sen(a+b)Tan(2a-3b)}{Tan\left(\frac{a+b}{2}\right)} - \frac{Tan(a+b)}{Sec(a-b)}$$

a) 0 b) 1 c) -1

d) 2 e) n.a

5. Hallar el valor numérico de:

P= $\sqrt{3}Cos^2 30º - Tan60º - \sqrt{6}Sen45ºCtg30º + 2Sec45º.Cos45º$

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{5}$

d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{3}{5}$

6. Simplificar:

$$F = \frac{Sen\left(\frac{\pi}{6}\right)Sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + Tan\left(\frac{\pi}{6}\right)Ctg\left(\frac{\pi}{3}\right)}{Cos\left(\frac{\pi}{4}\right)Csc\left(\frac{\pi}{4}\right) + Ctg^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

7. Si $Sec\alpha = \frac{13}{5}$. Calcular:

$Ctg\alpha + Csc\alpha$ (α es agudo)

a) $\frac{17}{13}$ b) 5 c) 3

d) $\frac{3}{2}$ e) n.a

8. Dada una función "f" cuya regla de correspondencia es:

$$f(n) = Csc\frac{\pi}{3n} + Tan\frac{\pi}{2n} - Tan^2\frac{\pi}{n+1}$$

Calcular f(2).

a) 0 b) 1 c) -1

d) 2 e) -2

9. Indicar el valor de "x" si:

$Tan(2x-5º) = Sen^2 30º + Sen^2 60º$

a) 15º b) 20º c) 25º
d) 30º e) 35º

10. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C se tiene que:

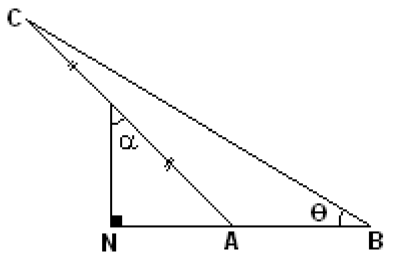
$\frac{2}{3}$+SenA CtgB = Sen B + Sec A

Calcular: E=Ctg^{2}B + Sec^{2}A

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) n.a

11. Si $\overline{AB} = 2\overline{NA}$

Calcular Tanθ Tagα



a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$

d) 3 e) $\frac{2}{3}$

1. Se tiene un ángulo agudo θ tal que:

Tanθ=$\frac{21}{20}$

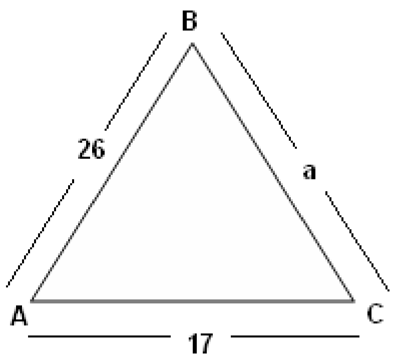
Calcular:

$M = \frac{1}{3}Sen\theta + $ ______

2. De un triángulo rectángulo ABC se cumple _______________
Calcular el valor de:
M=CscA . CscC

3. Calcular x en:
Tan^{3}45º+x=Sen30º+Sec^{4}60º÷Sen^2 45ºx Ctg^{2}30º

4. Si TgA = ______ calcular "a" en:



TEOREMA DEL COMPLEMENTO

Cualquier Razón Trigonométrica (R.T) de un ángulo agudo es igual a la Co-Razón Trigonométrica (Co-R.T.) del ángulo complementario.

Si "α" es un ángulo agudo:

$\Rightarrow$ R.T.(α) = Co-R.T. (Complemento de α)
Donde: Complemento de α=90º-α

Ó

Si: R.T.(α)=Co-R.T.(β)

$\Rightarrow$ $\alpha+\beta=90º$

Se acostumbra decir que:

- La Razón Coseno es la Co-Razón de la Razón Seno y viceversa
- La Razón Cotangente es la Co-Razón de la Razón tangente y viceversa
- La Razón Cosecante es la Co-Razón de la Razón Secante y viceversa.

Ejemplos:

1. Sen20º = Cos 70º
2. Cos40º = Sen50º
3. Tg 10º = Ctg80º
4. Sen $\pi/3$ = Cos $\pi/6$
5. Secα = Csc($\pi/2$-α)
6. Cscα = Sec (90º-α)

TEOREMA DEL SUPLEMENTO

Cualquier R.T de un ángulo agudo es igual al negativo de R.T. del ángulo suplementario, excepto para el Seno y la Cosecante que vienen a ser positivos.

Si "α" es un ángulo agudo:

$$\Rightarrow \quad \text{R.T.}(\alpha)=\pm\text{R.T.(suplemento de }\alpha) \begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg y Sec} \end{cases}$$

Donde: Suplemento de α = 180º - α

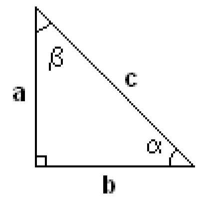
Ó

$$\text{Si:} \quad \text{R.T.}(\alpha) = \pm \text{R.T.}(\beta) \begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg y Sec} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\alpha + \beta = 180º$

Ejemplos prácticos:

1. Sen50º = Sen 130º
4. Csc 70º = Csc 110º



Razón	Co-Razón
seno	coseno
tangente	cotangente
Secante	cosecante

NO OLVIDES

Senα . Cscβ = 1 $\rightarrow$ α=β
Cosα . Secβ = 1 $\rightarrow$ α=β
Tanα . Ctgβ = 1 $\rightarrow$ α=β

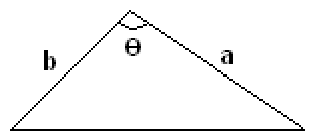
Por lo tanto:
Sen 2x . Csc26 = 1
$\rightarrow$ x = 13º
Porqué 2x = 26º

Si $\alpha + \beta$ = 90º se cumple:

Razón (α) = Corazón (β)
Senα = Cosβ
Tanα = Ctgβ
Secα = Csc β

Área de un Triángulo

Conociendo sus 2 lados y su ángulo comprendido.



$$A = \frac{1}{2}(a)\,(b)\,\text{Sen}\theta$$

2. Tg 45º = -Tg 135º
3. Cos 60º = -Cos 140º

5. Sec 40º = -Sec 140º
6. Ctg 80º = -Ctg 100º

Ejemplos:

1. Si Sen (α-20)= Cos (θ-40º) α y θ son agudos: Hallar Ctg($\alpha+\theta$)

   Resolución:

   Como Sen y Coseno son Co-razones:

   (α-20) + (θ-40)=90º

   $\alpha+\theta$ = 150º

   ➡

   Ctg($\alpha+\theta$) = Ctg150º = -Ctg(180º-150º)

   Ctg ($\alpha+\theta$) = -Ctg30º = $-\sqrt{3}$

2. Hallar x en:

   Tan(7x-30)= -Tan(3x+50º)

   Por ser suplementarios

   (7x-30) + (3x+50º)=180º

   ➡

   10x = 160º

   x = 16º

3. Hallar x si se cumple:

   Csc(5x+12º) – Csc(3x+18º) = 0

   Resolución:

   Csc(5x+12º) = Csc(3x+18º)

   $\therefore$ 5x + 12º = 3x + 18º

   2x = 6

   x = 3

4. Calcular Tan3x si Cos(x+25) **.** Sec(65º-x)=1

   Resolución:

   Por ser recíprocas: x+25 = 65 – x

   2x = 40

   x = 20

5. Hallar α y β en:

   $$\begin{cases} \text{Tan}(3\alpha - 35^o) = \text{Ctg}(90-\beta).....(I) \\ 2\beta - \alpha = 15^o.........................(II) \end{cases}$$

   Resolución:

   En (I) 3α-35+90-β=90

   β=3α-35º.......... (III)

   Reemplazando III en II

   ➡

   2(3α-35º) -α = 15º

   α = 17º

   β = 16º

TRIGONOMETRIA

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcular x si:
   Cos(5x-5)= -Cos(4x+50º)

2. Determinar $\frac{x}{y}$ si:
   Tan(x+30º)=Ctg(y-40º)
   Sen(x-10º) . Csc(y+10º)=1

3. Si Sen 3x.Csc(70-2x)=1
   Calcular x+20º

4. Calcular x si:
   Tan(3x-10º) . Tan25º=1

5. Si:
   Sen(α+4º) = Cos(2α-7º)
   Calcular:
   Tan(α+14º) + Csc(α-1º)

6. Calcular:
   $$E=\frac{Sen5º}{Cos85º}+\frac{Tan2º}{Ctg88º}+\frac{Sec4º}{Csc86º}$$

7. Sabiendo que:
   Tan 3x=Ctg6x hallar el valor de $E=\frac{Tg^2 6x+Ctg^2 3x}{Sec6x+Csc3x}$

8. Sen 4x – Cos(x+15º)=1
   Calcular Sen 6x
9. Si Sec(2B-A)=-Sec(A+B)
   Calcular 3(TanB-CscB)
10. Reducir:
   $$\frac{Sec10º+Sec20º+Sec30º+.......+Sec80º}{Csc10º+Csc20º+Csc30º+.......+Csc80º}$$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Si Tanx . Ctg(40-x)=1

   Calcular x.

   a) 10º b) 20º c) 15º

   d) 5º e) 25º

2. Tan(x+35º) . Tan(2x+10º)=1

Calcular Senx . Cosx

a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

d) $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

3. Si:

   Tan(50-x) . Sen(40-x) . Tan(40+x)=Cos3x

   Calcular Sen(x+5)

   a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

   d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{4}{5}$

4. Del sistema:

   Tg $(x+\alpha)$ = Ctg$(2x-\alpha)$

   Sec(y+60º) . Cos (3y – 30º) = 1

   Calcular $K = \frac{Senx}{Tany}$

   a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

   d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{4}$

5. Si Sen 2x=Cosx

   Hallar:

   E=Sen^{2}x + 3Cos^{2}2x

   a) 8 b) 6 c) 4

   d) 2 e) 1

6. Si:

   Senx = Cos 50º

   Tany . Ctg20º=1

   Calcular:

   E=Sec(x+y) + Tan(x-y + 25º)

   a) 1 b) 2 c) 3

   d) $\sqrt{2}+1$ e) n.a

7. Si:

   Tan(x+2y) = Ctg(x+3y)

TRIGONOMETRIA

Calcular:

$$E=Sen\ 2x\ .\ Sec\ 5y + Tan\left(\frac{2x+5y}{2}\right)$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) -2 e) -3

8. Calcular:

E=Ctg10º . Ctg20º . Ctg30º ….. Ctg80º

a) -1 b) 0 c) 1

d) 2 e) $\frac{1}{2}$

9. Si θ=9º. Calcular:

E=Sen3θ . Sec7θ + Tan2θ . Tan8θ + Sec4θ . Sen6θ

a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

10. Calcular:

E=(2Sen20º+3Cos70º) (5Csc20º - 3Sec70º)

a) 2 b) 3 c) 5

d) 10 e) 15

1. Calcular:

$$E=\frac{Sen1^{o}.Sen10^{o}.\_\_\_\_\_\_.Tg\left(\frac{\pi}{7}\right)}{Cos80^{o}.Ctg\left(\frac{5\pi}{14}\right)Cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

2. Calcular x e y en:
Sec(x+y) = Csc20º
Tan(x-y) . ________ = 1
3. Indicar _______________:
a) Sen20º=Cos70º
b) Tan10º . Ctg10º=1
c) Sec(x+40º)=Csc(50º-x)
d) Tan(x+y) . Ctg(x+y)=1
e) Tan20º = Ctg20º
4. Sabiendo:
Tanx . ________ = 1
Calcular:

$$E=\frac{Senx\cdot Cos2xSen\frac{3x}{2}}{Ctg\frac{3x}{2}\cdot Tanx}$$