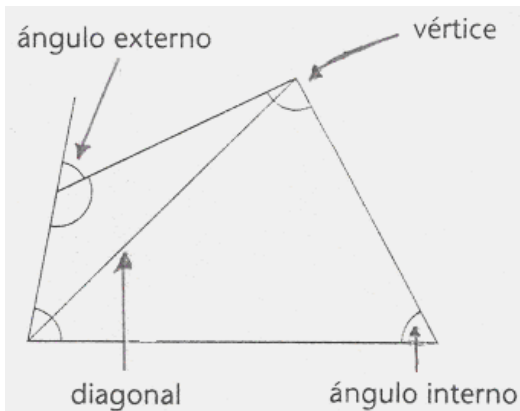




FICHAS DE LOS POLIGONOS

GEOMETRIA

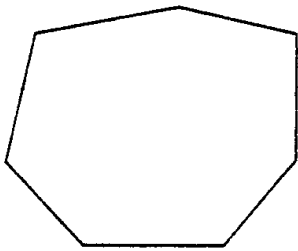
Un polígono es la porción de un plano delimitada por una sucesión de segmentos unidos por sus extremos, que configuran una línea poligonal cerrada. Los elementos fundamentales que conforman un polígono son: lados, vértices, ángulos internos, ángulos externos (suplementarios de los internos) y diagonales.



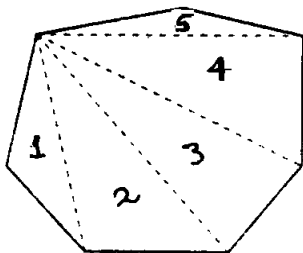
IMPORTANTE

Para determinar la suma de ángulos dentro de cualquier polígono irregular o regular, y sin necesidad de recordar la fórmula mostrada en la página siguiente, basta recordar la suma de ángulos en un triángulo.

Así por ejemplo, en el siguiente heptágono.



Partiendo de sólo un vértice, se empiezan a trazar diagonales hasta abarcar todos los vértices disponibles.

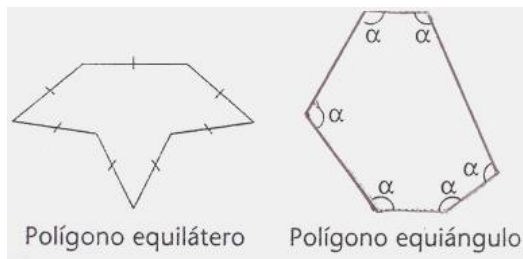
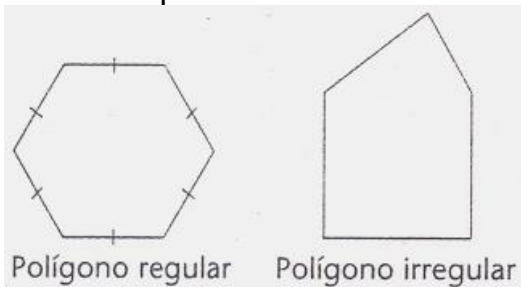


Se han formado cinco triángulos. Por lo tanto la suma de ángulos internos de un heptágono es. $5(180^\circ)=900^\circ$.

Clasificación de los polígonos

* Según sus características

- Regulares
Si todos sus lados y ángulos son iguales.
- Irregulares
Si tienen uno o varios lados desiguales.
- Equiláteros
Si todos sus lados miden lo mismo.
- Equiángulos
SI tienen ángulos iguales
- Alabeados
Son polígonos no coplanares, es decir, que tienen lados que no están en el mismo plano.

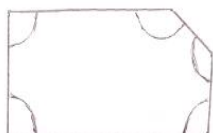


- **Según el número de sus lados**

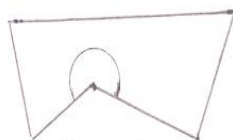
NOMBRE	Nº de lados
Triángulo	3
Cuadrado	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octógono	8
Eneágono	9
Decágono	10
Dodecágono	12
Pentadecágono	15
Icoságono	20

- **Según la medida de sus ángulos**

- Convexos
Si todos los ángulos internos son menores que 180°
- Cóncavos
Si tiene un ángulo interno mayor a 180°



Polígono convexo



Polígono cóncavo

Propiedades de los polígonos

- **Para polígonos regulares e irregulares de n lados:**

- Suma de ángulos internos
En un polígono de n lados, la suma de ángulos internos se calcula como:

$$S_i = 180^\circ (n - 2)$$

- Suma de los ángulos externos en un polígono
En todo polígono convexo, la suma de ángulos externos es siempre 360° , entonces:

$$S_e = 360^\circ$$

- Número total de diagonales
En todo polígono de n lados, el número total de diagonales que se puede trazar es:

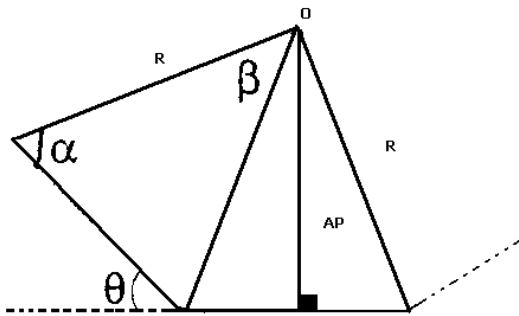
$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

- Número de diagonales desde un vértice

La cantidad de diagonales que se puede trazar desde un vértice de un polígono de n lados es:

$$S = n - 3$$

- **Sólo para polígonos regulares de n lados**



- Centro (O)
Punto interior que equidista de todos los vértices del polígono.
- Radio (R)
Distancia entre el centro y cualquier vértice.
- Apotema (Ap)
Perpendicular que va desde el centro al punto medio de cualquier lado.
- Ángulo α
Medida del ángulo interior del polígono.
- Ángulo β
Medida del ángulo central del polígono.
- Ángulo θ
Medida del ángulo externo del polígono.

- Ángulo interior de un polígono
El Ángulo interior de un polígono regular de n lados es:

$$m\angle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$$

- Ángulo externo de un polígono regular
En un polígono regular de n lados, el ángulo se calcula como:

$$m\angle e = \frac{360^\circ}{n}$$

- Ángulo central de un polígono regular
El ángulo central en un polígono regular, se halla de la misma manera similar a la del ángulo externo.

$$m\angle c = \frac{360^\circ}{n}$$

IMPORTANTE

Las propiedades para hallar las diagonales en un polígono irregular de n lados son también válidas para un polígono regular de n lados.

EJEMPLOS

1. ¿Cuántos lados tiene un polígono cuya suma de ángulos internos es diez veces su ángulo interno?

Resolución:

Al aplicar la propiedad de suma de ángulos internos se tiene:

$$S_i = 10 (m\angle i)$$

$$180 (n - 2) = 10 [180(n - 2)]/n$$

$$n[180(n - 2)] = 10 [180(n - 2)]$$

$$n = 10$$

Por lo tanto, el polígono tiene diez lados (decágono)

2. ¿Cuántos lados tiene el polígono cuya suma de ángulos internos y externos es 1440°?

Resolución:

Sea n el número de lados del polígono y el dato del problema es:

$$S_i + S_e = 1440^\circ$$

$$180 (n - 2) + 360 = 1440$$

$$180n - 360 + 360 = 1440$$

$$180n = 1440$$

$$n = 8$$

Por consiguiente, el polígono tiene ocho lados.

3. ¿Cómo se llama aquel polígono en el que el número de diagonales excede en 5 al número de diagonales de otro polígono que tiene un lado menos?

Resolución:

. Se asigna n lados para un polígono y $(n - 1)$ lados para el otro polígono.

. Se aplica la fórmula de número de diagonales para ambos polígonos.

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 5$$

$$\frac{n^2 - 3n - (n - 5n + 4)}{2} = 5$$

$$\frac{2n - 4}{2} = 5$$

$$n = 7$$

Entonces, el polígono es un heptágono.

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Si el número de lados de un polígono es igual al número de diagonales. Calcule la suma de las medidas de los ángulos internos.

- a) 180° b) 360° c) 540°
d) 720° e) 1080°

Resolución:

2. Si el número de lados de un polígono es disminuido en 2; el número de diagonales disminuye en 15. Calcule el número de lados de dicho polígono.

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

Resolución:

3. Los números de lados de dos polígonos convexos están representados por dos números consecutivos y sus números de diagonales se diferencian en 12. Calcule la suma de las medidas de los ángulos interiores de dichos polígonos.

- a) 4000° b) 4120° c) 4140°
d) 4410° e) 4420°

Resolución:

4. Al triplicar el número de lados de un polígono regular y la medida del ángulo central es $(n - 2)$; siendo "h" el número de lados del polígono. Hallar la medida del ángulo interno de dicho polígono.

a) 150° b) 200° c) 180°
 d) 140° e) 90°

Resolución:

5. Desde cuatro vértices consecutivos de un polígono convexo se trazan 25 diagonales. Hallar el número de lados.

a) 8 b) 9 c) 10
 d) 12 e) 15

Resolución:

6. En un polígono regular de "n" lados, el número total de diagonales es igual a la longitud del lado expresada en cm. Si el perímetro es 160 cm, hallar n.

a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 10

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. ¿Cuántos lados tienen un polígono cuya suma de las medidas de sus ángulos internos y externos es 3960° ?

a) 22 b) 20 c) 18
 d) 16 e) 21

2. De dos polígonos regulares, uno de ellos tiene tres lados menos que el otro, pero el ángulo exterior de uno de ellos mide 27° menos que la medida del ángulo exterior del otro. Hallar la suma de las medidas de los ángulos internos de dichos polígonos.

a) 3400° b) 1620° c) 1980°
 d) 1440° e) 2650°

3. Al aumentar en 3 el número de lados de un polígono, el número de diagonales se duplica. Calcular la suma de las medidas de los ángulos internos.

a) 1230° b) 1340° c) 1260°
 d) 1620° e) N.A

4. Si el número de lados de un polígono se duplica, la suma de ángulos internos aumenta en 3060° . Hallar el número total de diagonales.

a) 82 b) 96 c) 120
 d) 119 e) 117

5. Al disminuir en 2 el número de lados de un polígono convexo, se obtiene otro polígono con 15 diagonales menos. Hallar el número de lados del polígono original.
- a) 9 b) 12 c) 10
d) 20 e) 17
6. Si el ángulo central de un polígono disminuye en 5° , el número de diagonales aumenta en 7. Hallar el número de lados del polígono original.
- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 10
7. Quince veces el ángulo interior de un polígono regular equivale al cuadrado de su ángulo exterior. ¿Cuál es ese polígono?
- a) Pentágono b) Hexágono
c) Octágono d) Nonágono
e) Triángulo
8. Las medidas de los ángulos interiores de un polígono convexo están en progresión aritmética de razón 5° , si la medida del menor ángulo es 120° . Calcule el número de lados del polígono.
- a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12
9. En un polígono equiángulo ABCDE... cuyo número de lados es "n", las prolongaciones de \overline{AB} y \overline{ED} se intersecan en M, tal que el ángulo AME es obtuso, calcule el mínimo valor de "n".
- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 15
10. En un octágono equiángulo ABCDEFGH, el perímetro de la región que limita dicho polígono es 40 m. y ACEG es un cuadrado. Calcule $AB + GF$
- a) 5m b) 8m c) 10m
d) 12m e) 20m