



MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

REGLA:

- 1° Se descomponen en factores todos los posibles términos de las fracciones que se van a operar.
- 2° Se simplifica, suprimiendo factores comunes del numerador y denominador.
- 3° Se multiplican numeradores y denominadores entre sí.
- 4° Para la división en general, se multiplica la fracción dividiendo por el inverso de la fracción divisor.

$$\text{Así: } \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

Ejemplo 1:

Efectuar:

$$M = \frac{k^2 + 3k + 2}{k^2 - 1} \cdot \frac{k^2 - 9}{k^2 - k - 6}$$

Solución:

Factorizando numeradores y denominadores.

$$M = \frac{(k+2)(k+1)}{(k+1)(k-1)} \cdot \frac{(k-3)(k+3)}{(k-3)(k+2)}$$

Cancelando los factores comunes.

$$\text{Rpta. } M = \frac{k+3}{k-1}$$

Ejemplo 2:

Efectuar:

$$W = \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + a - 2} \div \frac{a^2 - 4a + 3}{a^2 - a - 6}$$

Solución:

Multiplicando la fracción dividiendo por la fracción divisor:

$$W = \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + a - 2} \times \frac{a^2 - a - 6}{a^2 + 4a + 3}$$

Factorizando numeradores y denominadores.

$$W = \frac{(a+3)(a+4)}{(a+2)(a-1)} \times \frac{(a-3)(a+2)}{(a+3)(a+1)}$$

Cancelando los factores comunes.

$$W = \frac{(a+4)(a-3)}{(a-1)(a+1)}$$

$$\text{Rpta. } W = \frac{a^2 + a - 12}{a^2 - 1}$$

Ejemplo 3:

Efectuar:

$$K = \frac{x^2 - 9}{x + 2} \cdot \frac{x - 2}{x + 3} \cdot \frac{x^3 + 8}{x^2 - 5x + 6}$$

Solución:

Factorizando numeradores y denominadores.

$$K = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 2)} \cdot \frac{x - 2}{x + 3} \cdot \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{(x - 3)(x - 2)}$$

Cancelando factores comunes.

$$\text{Rpta. } K = x^2 - 2x + 4$$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES COMPLEJAS.

REGLA:

- 1° Se efectúan las operaciones indicadas en el numerador y denominador de la fracción algebraica.
- 2° Se divide el resultado que se obtenga en el numerador entre el resultado que se obtenga en el denominador.

Ejemplo 1:

Reducir:

$$A = \frac{\frac{a}{x} - \frac{x}{a}}{1 + \frac{a}{x}}$$

Solución:

Efectuando las operaciones en el numerador y denominador.

$$A = \frac{\frac{a^2 - x^2}{x + a}}{\frac{ax}{x + a}} = \frac{(a - x)(x + a)}{\frac{ax}{x + a}}$$

$$A = \frac{x(a - x)(a + x)}{ax(x + a)}$$

Cancelando factores comunes.

$$\text{Rpta. } A = \frac{a - x}{a}$$

Ejemplo 2:

Efectuar:

$$W = \frac{\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}{\frac{a + b}{a - b} - \frac{a - b}{a + b}}$$

Solución:

Efectuando las operaciones en el numerador y denominador.

$$W = \frac{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2}{\frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{(a + b)^2 - (a - b)^2}}$$

Reduciendo los numeradores:

$$W = \frac{4a^2b^2}{\frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{4ab}}$$

Dividiendo el resultado del numerador entre el resultado del denominador.

$$W = \frac{4a^2b^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{4ab}$$

Factorizando los factores comunes.

$$\text{Rpta. } W = \frac{ab}{a^2 + b^2}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Efectuar:

$$A = \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} + 1 \right) \left(\frac{a - b}{a + b} + \frac{a + b}{a - b} \right) \left(\frac{ab}{a^2 + b^2} \right)$$

Resolución:

$$\text{Rpta. } \frac{a + b}{a - b}$$

2. Efectuar:

$$B = \frac{3x - 5}{2x + 3} \cdot \frac{4x^2 - 9}{6x^2 - 19x + 15}$$

Resolución:

$$\text{Rpta. } 1$$

3. Efectuar: $\frac{x^3 + x}{x^2 - x} \div \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 2x + 1}$

Resolución:

$$\text{Rpta. } 1 + x^{-2}$$

4. Si:

$$A = \left[\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right] \left[\left(\frac{x^2+1}{2a^2+2b} \right) \div \frac{2x}{a^2+b} \right]$$

$$B = \frac{x+1}{(x+2) - \frac{x^2+2}{x - \frac{x-2}{x+1}}}$$

Hallar: A + B

Resolución:

$$\text{Rpta. } x - \frac{1}{2}$$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Efectuar:

$$M = \frac{15m-30}{2m} \cdot \frac{3m}{5m-10}$$

- a) m b) 2m c) 9/2
d) 4/5 e) m/2

2. Efectuar:

$$E = \frac{m^2+10m+16}{m^2+9m+20} \div \frac{m^2+9m+6}{m^2+6m+5}$$

- a) $\frac{m+2}{m+4}$ b) $\frac{m-1}{m-2}$ c) $\frac{m+4}{m+2}$
d) $\frac{m+5}{m-4}$ e) $\frac{m+3}{2m-1}$

3. Efectuar:

$$F = \frac{x^3+2x^2-3x}{4x^2+8x+3} \cdot \frac{2x^2+3x}{x^2-x}$$

- a) $\frac{x+3}{2x+1}$ b) $\frac{x^2+3x}{2x-1}$ c) $\frac{x-3}{x-2}$
d) $\frac{2x+5}{3x+2}$ e) N.A

4. Efectuar:

$$W = \frac{a^2 + 5a + 6}{a^2 - 3a + 2} \div \frac{a + 2}{a - 2}$$

- a) $\frac{a+2}{a-3}$ b) $\frac{a+5}{a-3}$ c) $\frac{a+3}{a-1}$
 d) $\frac{2a+1}{a-1}$ e) N.A

5. Efectuar:

$$K = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a} \cdot \frac{a^2 - a - 6}{3a^2 + 7a + 4} \cdot \frac{3a + 4}{a^2 - 4a + 3}$$

- a) $\frac{a+2}{a}$ b) $\frac{a-3}{a+1}$ c) $\frac{1}{a}$
 d) $\frac{3a}{5}$ e) N.A

6. Efectuar:

$$F = \frac{2x^2 + 3x - 5}{4x^2 - 4} \div \frac{2x^2 + 7x + 5}{x^2 + 3x + 2}$$

- a) $\frac{x+2}{x+1}$ b) $\frac{x+2}{x-3}$ c) $\frac{x-3}{x-5}$
 d) $\frac{x+2}{4x+4}$ e) N.A

7. Efectuar:

$$Q = \frac{a^2 - 5a + 6}{3a - 15} \times \frac{6a}{a^2 - a - 30} \times \frac{a^2 - 25}{2a - 4}$$

- a) $\frac{a^2 - 3a}{a - 6}$ b) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 2}$ c) $\frac{a+1}{a+6}$
 d) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 2}$ e) N.A

8. Efectuar:

$$M = \frac{x^3 + 125}{x^2 - 64} \div \frac{x^3 - 5x^2 + 25x}{x^2 + x - 56}$$

- a) $\frac{x^2 - 4}{x + 3}$ b) $\frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 - 8x}$ c) $\frac{x^2 - 2x}{x + 5}$ d) $\frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 5x}$ e)
 N.A

9. Efectuar:

$$H = \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3}}{\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2 + 5x + 6}}$$

- a) x b) $\frac{1}{x}$ c) 2x d) 3x e) 5x

10. Efectuar:

$$R = \frac{1 - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a+b}{a-b} - 1}$$

a) $\frac{a+b}{a}$

b) $\frac{a-b}{3a}$

c) $\frac{a-b}{a+b}$

d) $\frac{2a-4}{a+1}$

e) N.A