



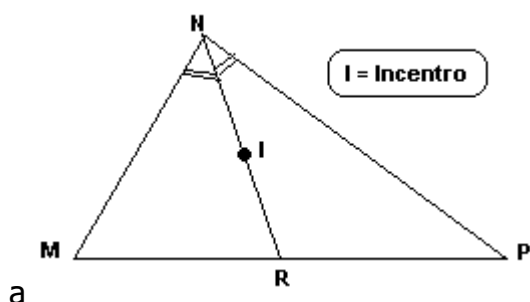
FICHAS DE LINEAS PROPORCIONALES II

TEOREMAS ADICIONALES

Objetivos:

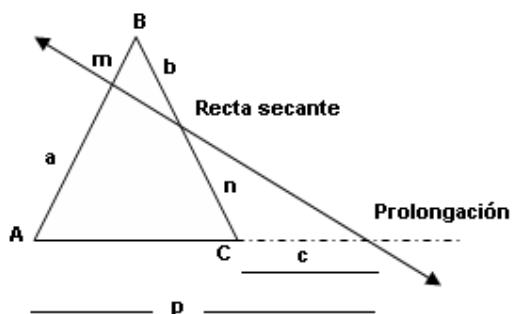
- Reconoce teoremas de proporcionalidad correctamente.
- Resuelve problemas aplicando los teoremas mencionados sobre proporcionalidad adecuadamente.

TEOREMA DEL INCENTRO:



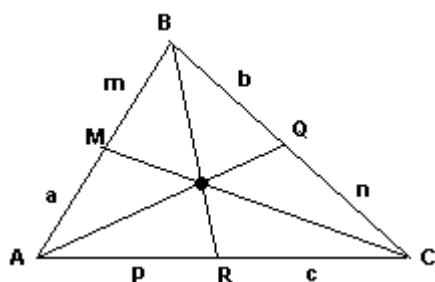
$$\frac{NI}{IR} = \frac{MN + NP}{MP}$$

TEOREMA DEL MENÉLAO:



$$a.b.c = m.n.p$$

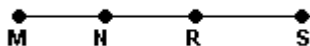
TEOREMA DE CEVA:



$$a.b.c = m.n.p$$

DISISIÓN ARMÓNICA DE UN SEGMENTO

Se dice que los puntos colineales y consecutivos M, N, R y S, constituyen una "Cuaterna Armónica", si se cumple que:



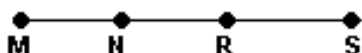
$$\frac{MN}{NR} = \frac{MS}{RS}$$

Donde:

- N y S dividen armónicamente el segmento MR N y S son llamados conjugados armónicos.

RELACIÓN DE DESCARTES:

Los puntos M, N, R y S forman una cuaterna armónica.



$$\frac{2}{MR} = \frac{1}{MN} + \frac{1}{MS}$$

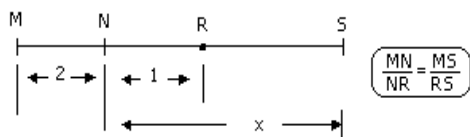
EJEMPLOS

- Un segmento $\overline{MR}$ que mide 3m es dividido armónicamente por los puntos $\frac{N}{NS}$ y S

si $MN = 2m$.

Hallar $\overline{NS}$

Resolución :



$$\frac{2}{1} = \frac{2+x}{x-1}$$

$$RS = x - 1$$

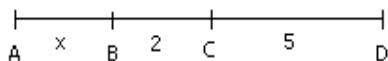
$$MS = 2 + x$$

$$2 - 2x = 2 + x$$

$$x = 4$$

2. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A,B, C y D que forman una division armonica, si $BC=2$ y $CD= 5$
Hallar AB

Resolución :



$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{7+x}{5}$$

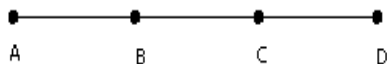
$$5x = 14 + 2 + x$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{14}{3}$$

3. En la figura adjunta los puntos A,B,C,D forman una cuaterna armonica.

Si $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AD} = \frac{1}{6}$; Hallar "AC"



Resolución :

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6} \dots 1 \textcircled{1}$$

Por división armónica:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$$

$$\frac{a}{x-a} = \frac{b}{b-x}$$

$$ab - ax = bx - ab$$

$$2ab = (a + b) x$$

$$\frac{2}{x} = \frac{a+b}{ab}$$

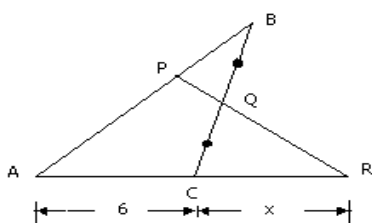
1 en 2

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \dots\dots$$

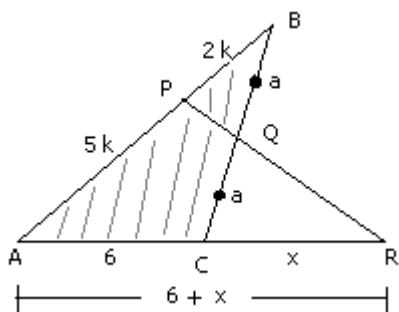
$$\frac{2}{x} = \frac{1}{6}$$

$$x = 12$$

4. En la figura, las longitudes AP y PB son proporcionales a 5 y 2 respectivamente. Hallar "x".



Resolución :



Teorema Menelao

$$(5k)(a)(x) = (2k)(a)(x + 6)$$

$$5x = 2x + 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. El perímetro de un triángulo ABC es 25, la bisectriz interior $AD=10$ y $BC=5$, calcular la distancia del incentro al vértice A.

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

Resolución :

2. Dada la siguiente figura, donde $AP=2PB$, $QC=4$; $BQ=6 = 2 CT$, calcular AT.

a) 8 b) 9 c) 10 d) 12 e) 13

Resolución :

3. En un triángulo ABC, se trazan las cevianas $\overline{AM}$ y $\overline{BL}$ y $\overline{CN}$ concurrentes en el punto "O", se cumple que, $AN = MC$, $AL = 2$ Y $BN = 2CT = 8$, hallar BM.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Resolución :

4. En el $\triangle ABC$ se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, la mediana $\overline{AE}$ y la ceviana $\overline{CF}$ que pasa por la intersección de $\overline{BD}$ y $\overline{AE}$. Si $AC = 8$ u y $BE \cdot AD = 12u^2$, entonces la longitud de $\overline{BF}$ es:

a) 5 u b) 4 u c) 3 u
d) 4,5 u e) 6 u

Resolución :

1. En el $\triangle ABC$ se inscribe una circunferencia tangente a los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ Y $\overline{AC}$ en los puntos P, Q y F respectivamente. La prolongación del segmento $\overline{PQ}$ intersecta a la prolongación del segmento $\overline{PQ}$ intersecta a la prolongación del lado $\overline{AC}$ en el punto R. Si $AP= a$ y $CQ = b$; ($a > b$), entonces $\overline{CR}$ mide:

a) $\frac{2ab}{a+b}$ b) $\frac{b(a-b)}{a+b}$ c) $\frac{b(a+b)}{a-b}$
d) $\frac{ab}{a+b}$ e) $\sqrt{ab}$

2. En un triángulo ABC, se trazan las cevianas $\overline{AL}$ ($L \in \overline{BC}$), $\overline{BM}$ ($M \in \overline{AC}$) y $\overline{CN}$ ($N \in \overline{AB}$), dichas cevianas se intersectan en un punto. Si $\overline{LM} \cap \overline{BA} = \{D\}$, entonces para calcular la longitud de $\overline{AD}$ es necesario conocer:

(1) AN y NB
(2) AB, BC y AC

a) sólo (1) b) sólo (2)
c) ambos (1) (2) d) (1) ó (2)
e) falta información

Resolución :

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. En un triángulo ABC, se traza la ceviana $\overline{BD}$ ($D \in \overline{AC}$). En $\overline{AD}$, $\overline{BD}$ y $\overline{DC}$ se ubican los puntos E, F y G tal que $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$, $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$. Si $AE = a$, $ED = b$ y $DG = c$, entonces la longitud de $\overline{GC}$ es:

a) $\frac{ac}{b}$ b) $\frac{ac}{a+b}$ c) $\sqrt{ac}$

d) $\frac{ab}{a+b}$ e) $\sqrt{ab}$

2. En un triángulo ABC, se trazan la altura $\overline{BH}$ y la mediana $\overline{CM}$ tal que: $\overline{BH} \cap \overline{CM} = \{D\}$. Si $CD = 3DM$ y $DH = 3$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{BD}$ es:

a) 4,0 b) 4,5 c) 5,0 d) 5,5 e) 6,0

3. En un triángulo ABC, la circunferencia inscrita al triángulo determina los puntos de tangencia: M en $\overline{AB}$, N en $\overline{BC}$ y Q en $\overline{AC}$. La prolongación de $\overline{MN}$ interseca a la prolongación del lado $\overline{AC}$ en el punto T. Si $AQ = 5$ u y $QC = 4$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CT}$ es:

a) 28 b) 30 c) 32 d) 36 e) 46

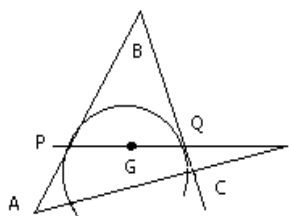
4. En un triángulo ABC; I: incentro, G: baricentro. Si $\overline{IG} \parallel \overline{AC}$, $AB=8$, $BC=6$, calcule el valor de AC.

a) 7 b) 7,5 c) 8 d) 8,5 e) 9

5. En un $\triangle ABC$; recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$. En la prolongación de $\overline{BA}$ se ubica el punto D al que la prolongación de $\overline{DH}$ interseca a $\overline{BC}$ en E. Si $AB = 4AD$, $4DH = 3HE$. Calcule AH/AC .

a) $\frac{11}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{7}$ d) $\frac{2}{9}$ e) $\frac{4}{7}$

6. En la figura "G" es baricentro del triángulo ABC. Si $PB=12$ y $AC=2CR$. Hallar QC.



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

7. En un $\triangle ABC$, por el incentro se traza una paralela al lado $\overline{AB}$, intersectando en "F" al lado $\overline{BC}$. Calcular la longitud de $\overline{CF}$. Si $AB=13$; $BC=14$ y $AC=15$.
- a) $\frac{29}{3}$ b) $\frac{31}{3}$ c) $\frac{32}{7}$
- d) $\frac{27}{4}$ e) $\frac{9}{5}$
8. En un $\triangle ABC$, el segmento que une el incentro con el baricentro, es paralelo al lado $\overline{AC}$. Si: $AB=C$, $BC=a$ y $AC=b$. Entonces se cumple:
- a) $2c = a + b$ b) $2a = b + c$
 c) $2b = a + c$ d) $a = b$
 e) $c = a + b$
9. Dado el $\triangle ABC$, $AB=6$ u, $BC=8$ u; $AC=7$ u, en la prolongación de $\overline{AC}$ se ubica un punto L; por el incentro y por "L" se traza un segmento que intersecta al lado $\overline{BC}$ en "E" además "S" es el pie de la bisectriz interna $\overline{BS}$ de donde $SC = CL$. Halle BE.
- a) 6 u b) 6,4 u c) 7 u
 d) 7,2 u e) 8 u
10. En un $\triangle ABC$, la altura $\overline{BH}$ y la mediana $\overline{CM}$ se intersectan en D. Si $CD = 5$ u y $DH = 2$ u, entonces BD (en u) es:
- a) 2 b) $\frac{14}{5}$ c) 3 d) 5,2 e) 4