TRIGONOMETRIA

FICHAS DE IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS DE ARCO COMPUESTO

Al finalizar el presente capítulo usted será capaz de:

- Conocer el desarrollo de la forma Sen(c±y); cos(x±y) y Tan(x±y)
- Calcular el valor de razones trigonométricas de ángulos no conocidos mediante las identidades de la suma o diferencia de arcos cuyas razones sean conocidas.

El Príncipe d las Matemáticas

Así se le reconoce a Carl Friedrich Gauss genio matemático alemán, nacido en 1777 quien de mayor solía decir que aprendió a contar antes que andar. A los 3 años de edad corrigió a su padre una suma de salarios que efectuaba en su casa. Cuentan también sus biógrafos que a los 10 años de edad no le permitió a su maestro de escuela darse un descanso mientras les propuso efectuar la suma 1+2+3+..+99+100; al poco rato de escrito el ejercicio en la pizarra, el niño Carl anunció que el resultado era 5050…. ¿Cómo lo hizo?...

¡¡había notado que 1+100=2+99=3+98=4+97=..!! es decir, descubrió que lo que el maestro propuso equivalía a la suma de 50 veces 101 ó 50x101=5050.

Si bien es cierto que revolucionó todas las ramas de las matemáticas, también es verdad que contribuyó al desarrollo de la astronomía, la óptica y el magnetismo.

… ¿Podríamos imaginar a un asteroide que se les perdió a los científicos?.... veamos: resulta que en 1801 los astrónomos conmocionan al mundo con el descubrimiento del asteroide CERES, pero tras escasas observaciones los científicos perdieron su rastro, intentando recuperarlo después de enormes esfuerzos, entonces aparece el genio de Carl Gauss que al tiempo de culminar algunos cálculos matemáticos les indicó a los astrónomos hacia donde debían dirigir sus telescopios y … CERES fue ubicado nuevamente, prodigio que les permitió ser nombrado Director del Observatorio de Göttingen.

IDENTIDADES DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE 2 ÁNGULOS

IDENTIDADES BÁSICAS

Las idetnidades básicas para la suma o diferencia de 2 ángulos son las siguientes:

Sen(A+B)=SenACosB+CosASenB

Ejemplo:

Sen(x+2y)=SenACosB-CosASenB

Sen(A-B)=SenA CosB - CosASenB

Ejemplo:

Sen(α-β)=SenαCosβ-CosαSenβ

Cos(A+B)=CosACosB-SenASenB

Ejemplo:

Cos(25+x)=Cos25Cosx-Sen25Senx

Cos(A-B) = CosA CosB + SenA SenB

Ejemplo:

Cos(x-30)=CosxCos30+SenxSen30

$$\text{Tan}(A+B)=\frac{\text{Tan}A+\text{Tan}B}{1-\text{Tan}A\text{Tan}B}$$

Ejemplo:

$$\text{Tan}(a+2b)=\frac{\text{Tan}a+\text{Tan}2b}{1-\text{Tan}A\text{Tan}B}$$

$$\boxed{\text{Tan}(A-B)=\frac{\text{Tan}A-\text{Tan}B}{1+\text{Tan}A\text{Tan}B}}$$

IDENTIDADES AUXILIARES

$\text{Sen}(A+B)\text{Sen}(A-B)=\text{Sen}^2A-\text{Sen}^2B$

$$\boxed{\text{Tan}(A+B)=\text{Tan}A+\text{Tan}B+\text{Tan}A\text{Tan}B\text{Tan}(A+B)}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Aplicar la identidad correspondiente en: cada caso:

   Sen(2x+3y) = ____________________

   Sen(30º+θ)=____________________

   Cos(2α+β)=____________________

   Cos(60º-30º)=____________________

   Cos $\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$=____________________

   ____

   Tan(45º+θ)=____________________

   ____

2. Identificar:

   Sen2xCosθ+Cos2xSen4θ

   ____

   ____

   Sen3θSen4θ-Cos3θCos3θ

   ____

   ____

   Cos60Cos30+Sen60Sen30

   ____

   ____

   ____

3. Calcular:

   $\mathrm{Sen}22^\circ\mathrm{Cos}8^\circ+\mathrm{Cos}22^\circ\mathrm{Sen}8^\circ$

4. Calcular:

   $\mathrm{Cos}50^\circ\mathrm{Cos}5^\circ-\mathrm{Sen}40^\circ\mathrm{Sen}5^\circ$

5. Hallar el valor de:

   $\mathrm{Sen}7^\circ$

6. Calcular:

   $$\mathrm{Cos}\frac{5\pi}{12}\left(3-\frac{\mathrm{Tan}\pi}{12}\right)$$

7. Simplificar:

   $\mathrm{Tan}24^\circ+\mathrm{Tan}20^\circ+\mathrm{Tan}20^\circ\mathrm{Tan}24\mathrm{Tan}44$

8. Simplificar:

   $\mathrm{Tan}12^\circ+\mathrm{Tan}48^\circ+\sqrt{3}\,\mathrm{Tan}12^\circ\mathrm{Tan}48^\circ$

9. $\mathrm{Ctg}(\pi+4\theta)$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Aplicar la identidad correspondiente:

   Sen(3x+4y)=____________________

   Cos(x+5y)=_____________________

   Sen(45º+A)=____________________

   ____

   ____

   Tan(45º+B)=____________________

   ____

   ____

2. Calcular:

   $\mathrm{Cos}20^\circ\mathrm{Cos}80^\circ-\mathrm{Sen}80^\circ\mathrm{Sen}20^\circ$

3. Hallar el valor de:

   $\mathrm{Sen}23^\circ$

   $\mathrm{Cos}23^\circ$

   $\mathrm{Tan}82^\circ$

4. Hallar el valor de:

   $\mathrm{Cos}29^\circ\mathrm{Cos}24-\mathrm{Sen}29\mathrm{Sen}24$

5. Calcular:

   $\mathrm{Tan}97^\circ$

   $\mathrm{Cosc}23^\circ$

6. Simplificar:
   a) $\text{Tan}8^{o}+\text{Tg}10^{o}+\text{Tg}8^{o}+\text{Tan}10^{o}\text{Tg}18^{o}$
   b) $\text{Tan}21^{o}+\text{Tg}24^{o}+\text{Tg}21^{o}.\text{Tan}24^{a}$
7. Simplificar:
   a) $\text{Sen}(180^{o}+2x)$
   b) $\text{Cos}(360^{o}-3x)$
   c) $\text{Tan}(180^{o}-4x)$
8. Simplificar:
   a) $\text{Sen}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$
   b) $\text{Cos}\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)$
   c) $\text{Tan}(2\pi+3\theta)$
   d) $\text{Sec}\left(\frac{\pi}{2}+50^{o}\right)$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. $\text{Sen}x=\frac{12}{13}$ $(x\in IC)$

   $\text{Cos}y=0,6$ $(y\in IC)$

   Calcular: $\text{Tan}(x+y)$
2. A partir de la identidad:

   $$\text{Tan}(45-M)=\frac{\text{Tan}M-A}{-A\text{Tan}M-1}$$

   Calcular:

   $$\text{Tan}\left(\frac{A\pi}{4}\right)+\text{Sen}\left(\frac{\pi}{A}\right)$$
3. Siendo:

   $\text{Tan}(\alpha+\beta+\theta)=\frac{1}{2}$.

   Donde $\text{Tan}\alpha=\frac{1}{3}$ $\text{Tan}\beta=\frac{1}{2}$

   Calcular $\text{Tan}\theta$

4. Si $\alpha+\beta+\theta=\dfrac{\pi rad}{2}$

   Calcular:

   $M=Tan\alpha Tan\beta+Tan\alpha Tg\theta+Tg\beta Tg\theta$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Reducir: $A=\dfrac{Sen(x+y)+Sen(x-y)}{Cos(x-y)-Cos(x+y)}$

   a) Tgx b) Ctgy c) Tgy

   d) Ctgx e) 1

2. Reducir:

   $$E=\frac{Sen48^{o}Cos12^{o}+Sen12^{o}Cos48}{Sen33Cos3-Sen3^{o}Cos33}$$

   a) $\dfrac{1}{2}$ b) 1 c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

   d) 2 e) $\sqrt{3}$

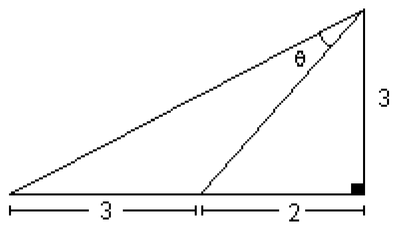
3. Si $Ctg\theta=\dfrac{1}{4}$

   Calcular: $Tg(45^{o}+\theta)$

   a) -1 b) -3 c) $\dfrac{-5}{3}$

   d) 3 e) $\dfrac{-4}{3}$

4. Hallar $Tg\theta$ en:



   a) 9/19 b) $\dfrac{1}{10}$ c) 21

   d) $\dfrac{1}{21}$ e) $\dfrac{9}{10}$

5. Si se cumple:

   2Sen(x+y)=3Sen(x-y)

   Calcular Tgx . Ctgy

   a) 1/5 b) 5 c) -5

   d) $\dfrac{-1}{5}$ e) 1

6. De: Tanα + Tgθ = $\frac{7}{12}$

   Tgα - Tgθ = $\frac{1}{12}$

   Calcular P=$\frac{Sen(\alpha+\theta)}{Sen(\alpha-\theta)}$

   a) 7 b) 4 c) $\frac{1}{4}$

   d) $\frac{1}{7}$ e) 2

7. De la condición:

   $$\frac{Tg^2\alpha - Tg^2\beta}{1 - Tan^2\ \alpha Tg^2\beta} = \frac{1}{3}$$

   Calcular: Tg(α-β)

   a) 3 b) $\frac{1}{3}$ c) -3

   d) $\frac{-1}{3}$ e) 6

8. Siendo A+B=$\frac{\pi}{3}$

   Calcular: $K = \frac{1}{TgA + TgB} - \frac{1}{CtgA + CtgB}$

   a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

   d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

9. Si α y β son complementarios y además:

   $$\frac{Sen\alpha}{3} = \frac{Sen\beta}{4}$$

   Calcular: Tan(α-β)

   a) $\frac{7}{24}$ b) $\frac{-7}{24}$ c) $\frac{24}{7}$

   b) $\frac{24}{-7}$ e) n.a

10. Si: 5 Senb=Sen(2a+b)

    ¿Cuál es el equivalente de: Tan(a+b)?

    a) 1 b) 1,5 c) Tana

    d) 1,6 e) N.A