



FICHAS DE ANALISIS COMBINATORIO IV

Los números combinatorios

Representan el número de combinaciones de "n" elementos diferentes tomados de k en k. Se puede expresar como:

$$n \geq k$$

o también

Por ejemplo:

$$C_{(n;k)} = C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_{(n;k)} = C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$$C_3^7 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

Propiedades Generales

I. $C_n^n = 1 \cdot n \in \mathbb{N}$

$C_k^n = 0 \cdot n \cdot k \in \mathbb{N} \wedge n < k$

II. $C_0^n = 1 ; n \in \mathbb{R}$ por ejemplo:

$$C_0^{11} = 1 ; C_0^{\sqrt{7}} = 1 ; C_0^{-9/5} = 1$$

III. $C_1^n = n ; n \in \mathbb{R}$

$$C_1^9 = 9 ; C_1^{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{6} ; C_1^{2/3} = \frac{2}{3}$$

IV. Números combinatorios Complementarios

$$C_k^n = C_{n-k}^n ; n \geq k ; n, k \in \mathbb{N}$$

$$C_5^{12} = C_7^{12} ; C_{16}^{20} = C_4^{20}$$

V. Suma de números combinatorios.

$$C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1} \quad \begin{matrix} k \in \mathbb{N} \\ n \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$C_2^9 + C_3^9 = C_3^{10}$$

VI. Degradación de Índices

$$\begin{aligned} C_k^n &= \frac{n}{k} \cdot C_{k-1}^{n-1} \\ C_k^n &= \frac{n}{n-k} \cdot C_k^{n-1} \\ C_k^n &= \frac{n-k+1}{k} \cdot C_{k-1}^n \end{aligned}$$

VII. Propiedades Adicionales

$$C_k^n + C_k^{n-1} + C_k^{n-2} + \dots + C_k^k = C_{k+1}^{n+1}; n \in \mathbb{N}$$

$$C_0^n + C_1^n + C_2^n + C_3^n + \dots + C_n^n = 2^n; n \in \mathbb{N}$$

$$C_0^n + C_2^n + C_4^n + C_6^n + \dots + C_{n-1}^n = 2^{n-1}; n \in \mathbb{N}$$

$$C_1^n + C_3^n + C_5^n + C_7^n + \dots + C_{n-1}^n = 2^{n-1}; n \in \mathbb{N}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar el valor de "n" en la siguiente igualdad:

$$2C_4^n = 5C_3^{n-1}$$

Resolución:

Rpta: n = 10

2. Calcular "n" y "p" en la siguiente igualdad: $C_{p-2}^{2n} = C_{10-p}^{2n}$

Resolución:

Rpta: n = 4 ; p = 6

3. Hallar la suma de valores de x , tales que se cumpla:

$$C_x^9 + C_{x+1}^9 = C_{3x-3}^{10}$$

Resolución:

Rpta: 5

4. Calcular "m" en:

$$\frac{C_2^m + C_3^{m+1}}{C_4^{m+2}} = \frac{7}{5}$$

Resolución:

Rpta: $m=3$

5. Calcular "x" en:

$$C_{20}^{x-2} + C_{22}^{x-1} + C_{21}^{x-2} + C_{21}^x - C_{22}^{2x-21} = C_{21}^{2x-21}$$

Resolución:

Rpta: $x=21$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Calcule " $m + n$ " si se verifica que:

$$C_{m-9}^{m+1} = C_n^{29}$$

a) 8 b) 18 c) 28 d) 38 e) N.A.

2. Reducir: $C_7^{20} + 2C_8^{20} + C_9^{20}$

a) C_6^{20} b) C_7^{20} c) C_{10}^{21}
d) C_9^{22} e) N.A.

3. Simplificar:

$$M = \frac{\frac{21}{8} \cdot \frac{20}{7} \cdot \frac{19}{6} \cdot C_5^{18}}{C_4^{18} + C_{13}^{18} + C_6^{19} + C_{13}^{20}}$$

a) 7 b) 7/4 c) 4 d) 4/7 e) N.A.

4. Halla el mayor valor de "x", que cumple:

$$C_{x^2}^{24} = C_{2x}^{24}$$

- a) 8 b) 16 c) 20 d) 4 e) N.A.

5. Calcular "x" en:

$$\frac{C_x^{x+3} + C_{x+1}^{x+3}}{C_x^{x+2} + C_{x+1}^{x+2}} = 3$$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) N.A.

6. Hallar "n" en:

$$C_5^n = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{10}$$

- a) 4 b) 8 c) 16
d) 20 e) N.A.

7. Hallar "n" en:

$$\frac{C_3^4}{C_4^n} = 4$$

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) N.A.

8. Calcular la suma de:

$$C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + \dots + C_{96}^{99}$$

- a) C_4^{100} b) C_{97}^{100} c) $C_{96}^{100} + 1$
d) $C_4^{100} - 1$ e) N.A.

9. Simplificar:

$$N = \frac{\frac{21}{8} \cdot \frac{20}{7} \cdot \frac{19}{6} C_{13}^{18}}{C_5^{18} + C_{12}^{18} + C_{12}^{19} + C_{12}^{20}}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.A.

10. Hallar el valor de "E":

$$E = \frac{{}^3C_{12}^{118} + 4{}^2C_{29}^{235} + 3{}^1C_{106}^{118} - {}^0C_{206}^{235}}{{}^2C_{106}^{118} + {}^1C_{29}^{235}}$$

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 1 e) 3