



FACTORIZACIÓN DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Cuando un trinomio (tres términos) después de haberlo ordenado, el primer y tercer término son cuadrados perfectos y el segundo término es el doble producto de las bases de dichos términos, entonces se llama "Trinomio Cuadrado Perfecto".

Todo trinomio cuadrado perfecto se descompone en dos factores binomios, que se obtienen extrayendo la raíz cuadrado de los términos primero y tercero, empleando el signo del segundo término.

Ejemplo 1: Factorizar: $9x^2 + 30xy + 25y^2$

Resolución:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 2^\circ \text{ término} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{Signo del } 2^\circ \text{ término} \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 9x^2 + 30xy + 25y^2 = (\quad + \quad) (\quad + \quad) \\
 \begin{array}{l}
 \text{Extraemos raíz cuadrada } (\sqrt{}): \sqrt{25y^2} = 5y \\
 \text{Extraemos raíz cuadrado } (\sqrt{}): \sqrt{9x^2} = 3x
 \end{array}
 \end{array}$$

- Doble producto de las raíces halladas es:
 $2(3x)(5y) = 30xy \Rightarrow$ Igual al 2° término

Luego:

$$9x^2 + 30xy + 25y^2 = (3x+5y)(3x+5y) = (3x + 5y)^2$$

Ejemplo 2: Factorizar: $a^2 - 4a + 4$

Resolución:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline 2^\circ \text{ término} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{Signo del } 2^\circ \text{ término} \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 a^2 - 4a + 4 = (\quad - \quad) (\quad - \quad) \\
 \begin{array}{l}
 \text{Extraemos raíz cuadrada } (\sqrt{}): \sqrt{4} = 2 \\
 \text{Extraemos raíz cuadrado } (\sqrt{}): \sqrt{a^2} = a
 \end{array}
 \end{array}$$

- El doble producto de las raíces halladas es:
 $2(a)(2) = 4a \Rightarrow$ Igual al 2° término

Luego:

$$a^2 - 4a + 4 = (a - 2)(a - 2) = (a - 2)^2$$

Ejemplo 3: Factorizar: $\frac{25x^2}{16b^2} + \frac{10xy}{7b} + \frac{16y^2}{49}$

Resolución:

$$\frac{25x^2}{16b^2} + \frac{10xy}{7b} + \frac{16y^2}{49} = \left(\begin{array}{c} \text{2º término} \\ \downarrow \\ + \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Signo del 2º término} \\ \downarrow \\ + \end{array} \right)$$

Extraemos raíz cuadrada ($\sqrt{\quad}$): $\sqrt{\frac{16y^2}{49}} = \frac{4y}{7}$

Extraemos raíz cuadrado ($\sqrt{\quad}$): $\sqrt{\frac{25x^2}{16b^2}} = \frac{5x}{4b}$

➤ El doble producto de las raíces halladas es:

$$2 \left(\frac{5x}{4b} \right) \left(\frac{4y}{7} \right) = \frac{10xy}{7b} \Rightarrow \text{Igual al 2º término}$$

Luego: $\frac{25x^2}{16b^2} + \frac{10xy}{7b} + \frac{16y^2}{49} = \left(\frac{4y}{7} + \frac{5x}{4b} \right)^2$

OBSERVACIÓN 1

Todo trinomio cuadrado perfecto tiene su origen en el cuadrado de una Suma o de una diferencia de dos términos; o sea:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Trinomio cuadrado perfecto

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Trinomio cuadrado perfecto

Por tanto un Trinomio Cuadrado Perfecto siempre será igual al Cuadrado de una suma o al cuadrado de una diferencia de dos términos.

OBSERVACIÓN 2

Los siguientes polinomios no son Trinomios Cuadrados Perfecto (T.C.P.)

➤ $x^2 + 7x + 9$: No es T.C.P. por $7x \neq 2(x)(3)$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{9} = 3$$

➤ $x^2 - 4x + 25$: No es T.C.P. por $4x \neq 2(x)(5)$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{25} = 5$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

a) $x^2 + 12x + 36$

b) $z^2 + 6z + 9$

c) $b^4 + 8b^2 + 16$

d) $x^2 + 20x + 100$

2. Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos

a) $a^2 - 14a + 49$

b) $y^2 - 18y + 81$

c) $y^2 - 18y + 81$

d) $a^2 - 30a + 225$

e) $x^4 - 2x^2 + 1$

1. Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

a) $9x^2 + 12xy + 4y^2$

b) $36a^2 + 60ab + 25b^2$

c) $25a^2 - 10a + 1$

d) $1 - 16x + 64x^2$

e) $\frac{a^2}{4} + \frac{ab}{3} + \frac{b^2}{9}$

f) $\frac{1}{25}b^2 + \frac{1}{10}ab + \frac{1}{16}a^2$

2. Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

a) $25a^2 + 36x^2 + 60ax$

b) $-16a + a^2 + 64$

c) $4 + 100x^2 + 40x$

3. Escribe el término que falta para que en cada expresión siguiente obtengas un trinomio cuadrado perfecto (T.C.P.)

a) $x^2 - \square + 16$

b) $a^2 + \square + 49$

c) $\frac{1}{9}b^2 + \square + \frac{1}{16}$

d) $25 - 20x + \square$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

- Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:
 - $a^2 + 10a + 25$
 - $a^2 + 2a + 1$
 - $y^2 + 24y + 144$
 - $m^2 + 50m + 625$
 - $n^2 + 42n + 441$
 - $x^2 + 26x + 169$
 - $x^2 - 4x + 4$
 - $x^2 - 22x + 121$
 - $y^{2n} - 2y^n + 1$
 - $x^6 - 8x^3 + 16$
 - $a^8 - 12a^4 + 36$
 - $a^6 - 16a^3 + 64$
- Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:
 - $25a^2 - 40a + 16$
 - $4x^2 - 12xy + 9y^2$
 - $49a^2 - 14ax + x^2$
 - $16x^2 + 8xy^3 + y^6$
 - $9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2$
 - $1 - 12x + 36x^2$
 - $\frac{4}{9}x^2 + xb + \frac{9}{16}b^2$
 - $0,09a^2 - 0,12ab + 0,04b^2$
 - $0,25x^2 - 0,30xy + 0,09y^2$
- Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfectos:
 - $-2b + b^2 + 1$
 - $x^2 + 16y^2 - 8xy$
 - $-14z + z^2 + 49$
- Escribe el término que falta para que en cada expresión siguiente obtengas un trinomio cuadrado perfecto (T.C.P.)
 - $a^2 + \square + 49$
 - $81b^2 + \square + 1$
 - $4x^2 - 3x + \square$
 - $\square - 160y + 64y^2$
 - $\square + \frac{20}{9}x + \frac{19}{81}$
 - $\square - 49x + 16x^2$