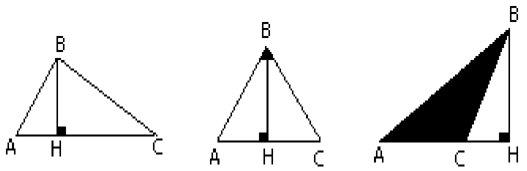
GEOMETRIA

EJERCICIOS DE TRIANGULOS II

LINEAS NOTABLES

1. **ALTURA**

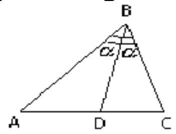
   Es la perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto.



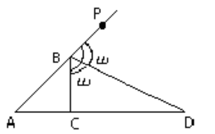
$\overline{BH}$: Altura $\overline{BH}$: Altura $\overline{BH}$: Altura

2. **BISECTRIZ**

   Es el rayo que partiendo del vértice de un ángulo divide a este en dos partes iguales.



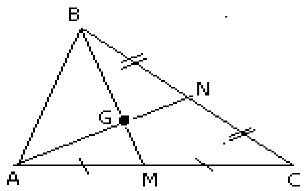
Si $\measuredangle ABD = m\measuredangle DBC$
$\rightarrow \overline{BD}$: bisectriz interior



Si $\measuredangle CBD = m\measuredangle DBP$
$\rightarrow \overline{BD}$: bisectriz exterior

3. **MEDIANA**

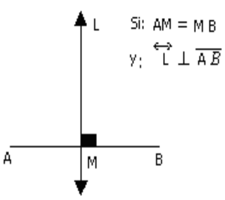
   Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.



Si: $AM = MC$
$\rightarrow \overline{BM}$: MEDIANA
Si: $BN = NC$
$\rightarrow \overline{AN}$: MEDIANA

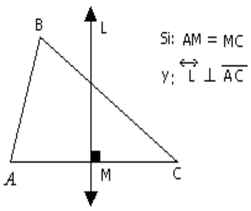
4. **MEDIATRIZ**

   Es la perpendicular a un lado trazada por el punto medio del mismo.



Si: $AM = MB$
y: $\overleftrightarrow{L} \perp \overline{AB}$

Para un segmento
$\overleftrightarrow{L}$: Mediatriz de $\overline{AB}$



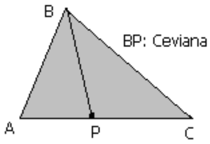
Si: $AM = MC$
y: $\overleftrightarrow{L} \perp \overline{AC}$

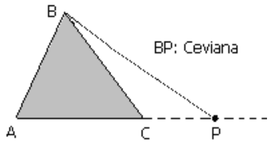
Para un triángulo
$\overleftrightarrow{L}$: Mediatriz de $\overline{AC}$ del ΔABC

GEOMETRIA

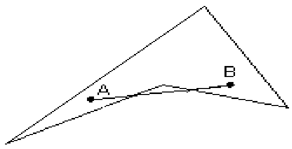
5. **CEVIANA**

Es es segmento que une un vértice con un punto cualquiera del lado opuesto.

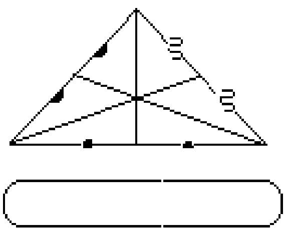


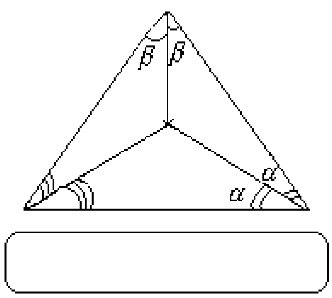


PONTE MOSCA
En un polígono no convexo (cóncavo) existen por lo menos 2 puntos en la región poligonal mas $\overline{AB}$ no pertenece totalmente a dicha región.



QUE NOMBRE LLEVA LAS SIGUIENTES LINEAS

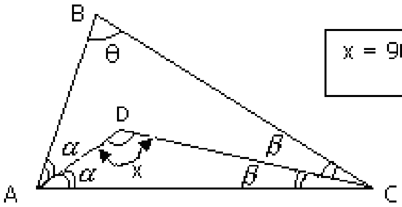




GEOMETRIA

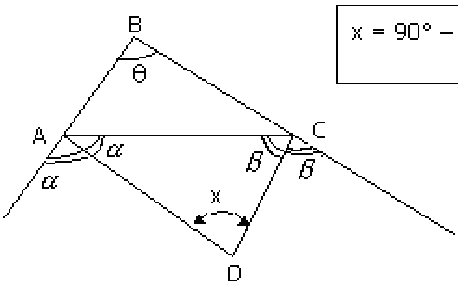
ANGULOS FORMADOS POR DOS LINEAS NOTABLES

1. Por dos bisectrices interiores:



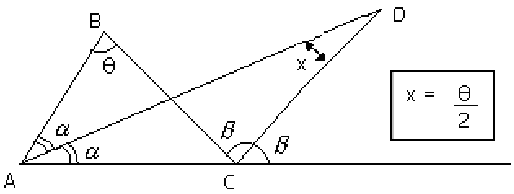
$$x = 90° + \frac{\theta}{2}$$

Por dos bisectrices exteriores:



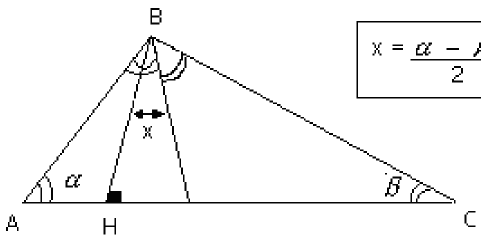
$$x = 90° - \frac{\theta}{2}$$

2. Por una bisectriz interior y otra exterior.



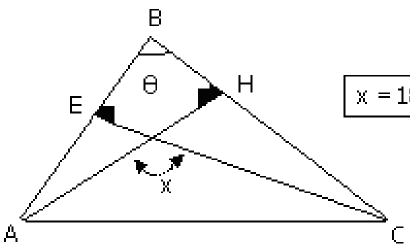
$$x = \frac{\theta}{2}$$

3. Por una bisectriz interior y una altura.



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

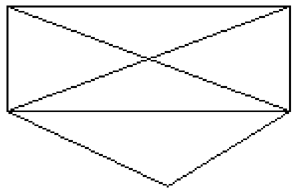
4. Por dos alturas:



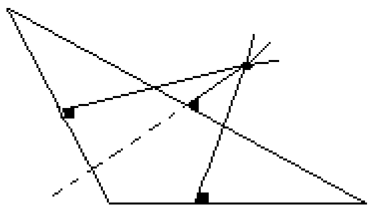
$$x = 180° - \theta$$

GEOMETRIA

DETERMINA EL N° DE TRIÁNGULOS...........

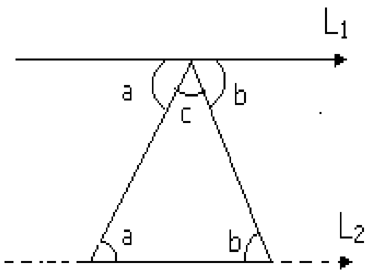


OJO ¡ MEDIATRIZ ¡



I M P O R T A N T E

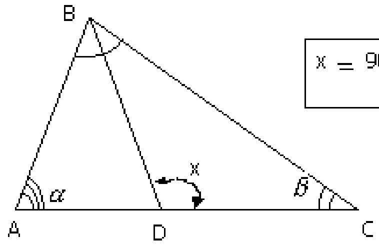
La suma de los ángulos Interiores de un triángulo es 180°.



$L_1 \parallel L_2$

$$\boxed{a + b + c = 180°}$$

5. Por una bisectriz interior y el lado opuesto.

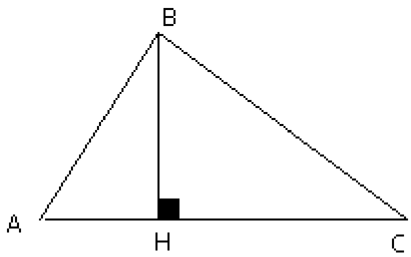


$$x = 90° + \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Ejemplos

1. En la figura $\overline{BH}$ es altura. Además: m∠A=70° y m∠C= 30°.

   Calcular ∠CBH - m∠ABH.



Resolución :

◺ ABH : m∢ ABH = 90° - m∢ A
m∢ ABH = 90° - 70° = 20°

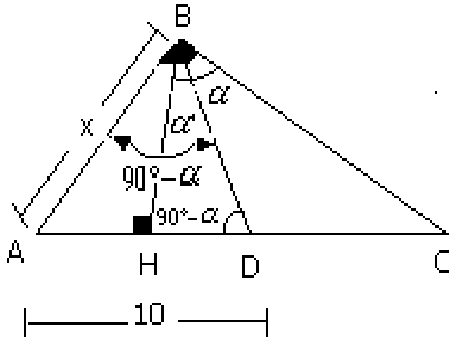
◺ AHC : m∢ CBH = 90° - m∢ C

m∢ CBH = 90° - 30° = 60°

∴ m∢CBH – m∢ABH=60°-20°= 40°

2. Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en "B", se traza la altura $\overline{BH}$ y la bisectriz del ángulo HBC que corta al lado $\overline{AC}$ en el punto "D" Si: AD=10, calcular "AB".

   Solución:



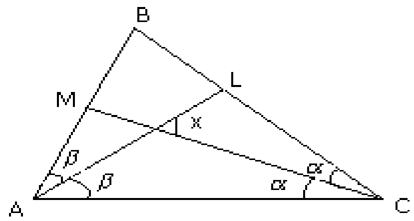
◺ BHD : m∢ ADB = 90° - α

◺ ABD : m∢ ABD = 90° - α

Luego el triángulo ABD es isósceles.

∴ $\boxed{x = 10°}$

3. En la figura mostrada hallar "x" si AL y CM son bisectrices y m∢ B = 50.



Resolución :

$2\alpha + 2\beta = 130°$

$\alpha + \beta = \frac{130°}{2} = 65°$

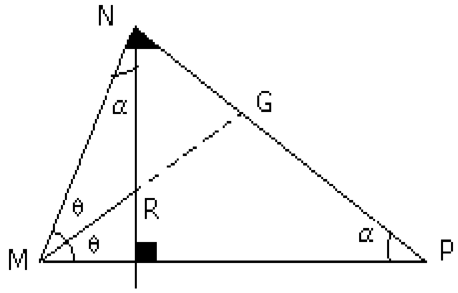
$\alpha + \beta = 65°$

Por ser ángulo exterior

$X = \alpha + \beta$

$\boxed{X = 65°}$

1. En un triángulo MNP, recto en N, la altura $\overline{NT}$ corta a la bisectriz interior $\overline{MG}$ en el punto "R", demostrar que el triángulo NRG es Isósceles.



$\Delta\ \hat{N}R \rightarrow N\hat{R}G = N\hat{M}R + M\hat{N}R$

$\therefore \quad N\hat{R}G = \theta + \alpha$

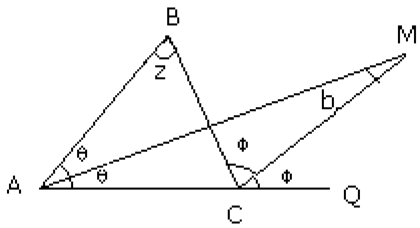
$\Delta\ M\hat{G}P \rightarrow N\hat{G}M = G\hat{M}P + P$

$\therefore N\hat{G}M = \theta + \alpha$

$\rightarrow N\hat{R}G = N\hat{G}M$

$\therefore N\hat{R}G$ es Isósceles y $\overline{NR} = \overline{NG}$

2. Demostrar que en todo triángulo las bisectrices de un ángulo interior y otro ángulo exterior, forman un ángulo que mide la mitad del tercer ángulo interior del triángulo.



´Con el teorema del ángulo externo

Δ AMC : $M\hat{C}Q = M\hat{A}C + \hat{M}$

$\varnothing = \theta + b$ .... *

$B\hat{C}Q = B\hat{A}C + \hat{B}$

$2\varnothing = 2\theta + Z$....... ** *

Reemplazamos (*) en (**)

$2(\theta + b) = 2\theta + z$

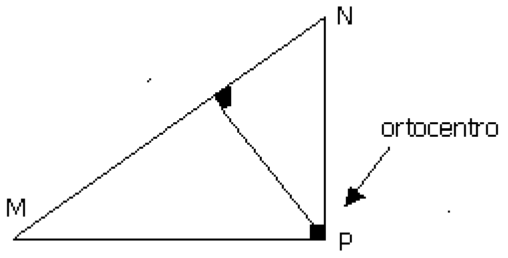
$2b = z$

$b = \frac{z}{2}$ l.q.q.

3. El ortocentro en un triángulo rectángulo se encuentra:

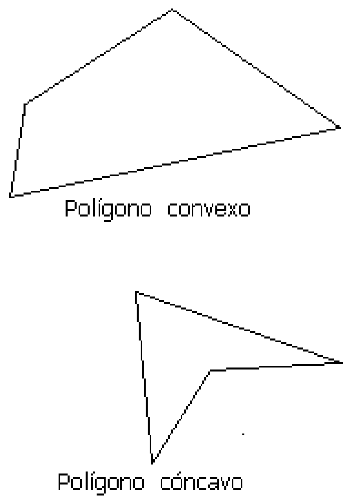
   a) Parte interna.
   b) Parte exterior.
   c) En el vértice del ángulo recto.
   d) Faltan datos.
   e) N.a

   Resolución :



La Rpta. es la letra (C), porque:

P O L I G O N O S



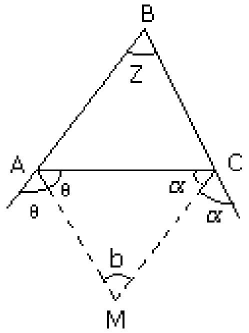
CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Demostrar que en todo triángulo el mayor ángulo que forman las bisectrices de dos ángulos interiores, mide 90° mas la mitad de la medida del tercer ángulo.

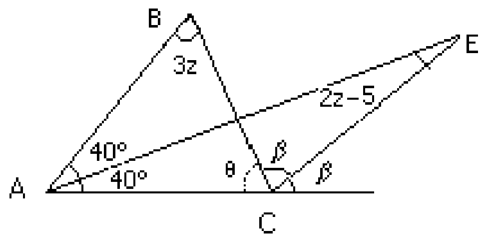
2. En que clase de triángulo al trazar una línea notable cumple las mismas funciones que los otros.

3. En el $\triangle ABC$ de la figura; demostrar

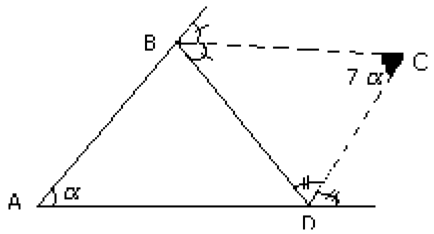


$$Bb = 90° - \frac{z}{2}$$

4. En que clase de triángulo el ortocentro, baricentro, incentro y cincuncentro coinciden?
5. Calcular θ

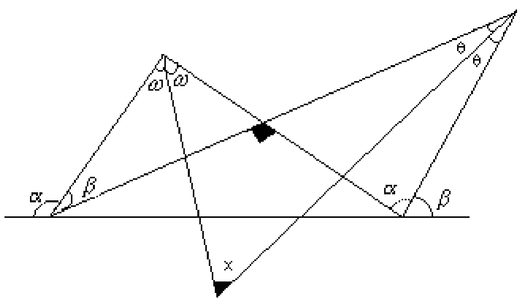


6. Calcular α



7. Los ángulos A y C de un $\triangle ABC$ miden 70° y 30°. Hallar la medida del ángulo que forman la altura $\overline{BH}$ y la bisectriz interior $\overline{BE}$.

8. Calcular x en:



REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

GEOMETRIA

1. Indicar con falso o verdadero, según correponda.

   - Las mediatrices de un triángulo se pueden intersectar fuera del triángulo.................... ( )

   - El incentro coincide con el centro de la circunferencia escrita........... ( )

2. Indicar con falso o verdadero, según correponda.

   - El baricentro es el punto de corte de las alturas.

   - El incentro es el punto de corte de las bisectrices exteriores.

   - El ortocentro se encuentra en el vértices del ángulo recto en los triangulos rectángulos.

   a) FFF
   b) VFF
   c) VVF
   d) FFV
   e) FVV

3. Indicar con falso o verdadero, según corresponda.

   - El ortocentro s el punto de corte de las mediatrices en un triángulo.

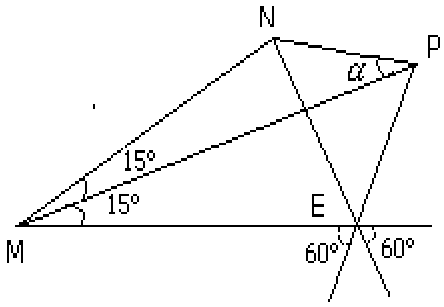
   - El circuncentro de un triángulo coincide con el centro de la circunferencia circunscrita.

   - El incentro de un triángulo divide a toda bisectriz en la relación dos es a uno.

   a) FFF b) VVV c) VFF
   d) FVF e) VVF

4. MNPQ, es un cuadrilátero convexo. Hallar la medida del menor ángulo formado por $\overline{MP}$ y $\overline{NQ}$, sí: NMQ = 60°, $M\hat{N}Q$ = 50°,$Q\hat{N}P$=65°, $M\hat{Q}N$=70° y $N\hat{Q}P$=55°.
5. En un $\triangle$MNP se trazan las bisectrices interiores NH y MG (HCMP y GCNH). Si m $\measuredangle$P=20°, calcular medida de ángulo HGP.

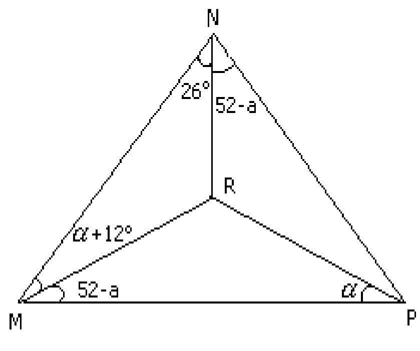
6. En la figura, calcular "α" N.



7. En un ΔMNP, calcular m $\angle$HNO, siendo "H" el ortocentro y "O" el circuncentro. Además m $\measuredangle$NMP - m$\measuredangle$NPM = 20°.
8. Si uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 15 cm y la distancia del baricentro al ortocentro es $\frac{25}{3}$ cm. La altura relativa a la hipotenusa en centímetros mide:

   a) 4
   b) 12
   c) 6
   d) 10
   e) 8
9. En un triángulo isósceles MNP, $\overline{MN} = \overline{NP} = 10$ y $\overline{MP} = 16$. Hallar la distancia del punto "N" al baricentro.

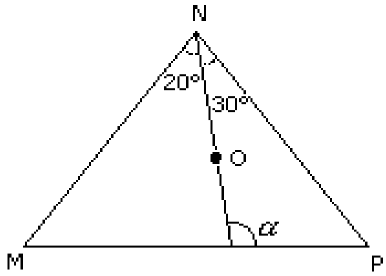
10. Halla el valor de "α" en la figura.



11. Complete según corresponda:

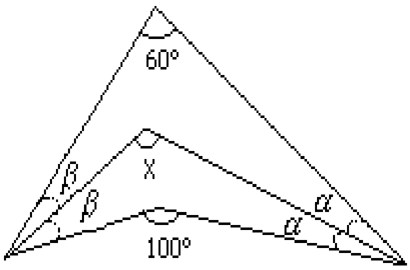
   - El .... es el punto de concurrencia de las bisectrices.
   - El baricentro de un triángulo, divide a toda mediana en la relación ....es a uno.

12. ΔMNP: O $\rightarrow$ circuncentro. Hallar "α".

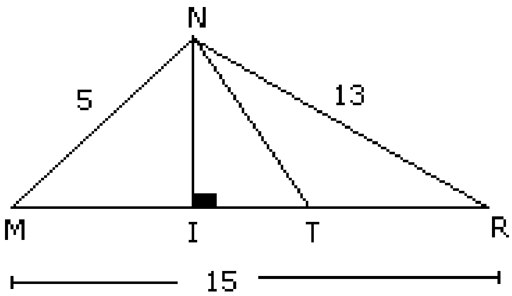


AUTO - EVALUACIÓN

1. Hallar x en :



2. Encontrar "m" si NT es mediana del triángulo MNR.



3. En un triángulo rectángulo ABC se traza la altura $\overline{BH}$ luego la bisectriz $\overline{BQ}$ del $\measuredangle$HBC, si AB = 10.

   QC = 13

   Calcular " AC "