



EJERCICIOS DE TEORIA DE EXPONENTES II

RADICACIÓN

La Raíz enésima de una expresión es otra expresión, que elevada a la potencia “n” nos reproduce la cantidad subradical.

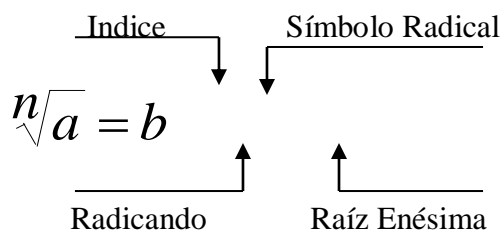
$$\text{Así: } \sqrt[3]{64} = 4 \text{ ya que } 4^3 = 64$$

$$\sqrt[5]{32} = 2 \text{ puesto que } 2^5 = 32$$

IDENTIDAD FUNDAMENTAL:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a ; n \in \mathbb{N} ; n \geq 2$$

TERMINOS DE LA RADICACIÓN



PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

1. RAIZ DE UNA POTENCIA

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplos:

$$\sqrt[5]{X^{10}} = X^{\frac{10}{5}} = X^2$$

$$\sqrt[7]{5^7} = 5^{\frac{7}{7}} = 5^1 = 5$$

2. EXPONENTE FRACCIONARIO

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m$$

Ejemplos:

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$64^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64^2} = (\sqrt[3]{64})^2 = (4)^2 = 16$$

3. RAIZ DE UN PRODUCTO

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Ejemplos :

$$\sqrt[5]{x^{10} \cdot y^{25}} = \sqrt[5]{x^{10}} \cdot \sqrt[5]{y^{25}} = x^2 y^5$$

$$\sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[7]{y} = \sqrt[7]{xy}$$

4. RAIZ DE UN COCIENTE

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad ; \quad b \neq 0$$

Ejemplos:

$$\sqrt[5]{\frac{X^{20}}{Y^{35}}} = \frac{\sqrt[5]{X^{20}}}{\sqrt[5]{Y^{35}}} = \frac{X^4}{Y^7}$$

$$\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{625}} = \frac{2}{5}$$

5. RAIZ DE RAIZ

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[s]{\sqrt[r]{a}}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot s \cdot r]{a}$$

Ejemplos::

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{X^{48}}} = \sqrt[12]{X^{48}} = X^{\frac{48}{12}} = X^4$$

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{X^{64}}}}} = \sqrt[16]{X^{64}} = X \frac{64}{16} = X^4$$

6. INTRODUCCIÓN DE UN FACTOR EN UN RADICAL

$$a^m \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^m \cdot n} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^m \cdot n \cdot b}$$

Ejemplos:

$$x^2 \sqrt[5]{y} = \sqrt[5]{x^2 \cdot 5} \cdot y = \sqrt[5]{x^{10} \cdot y}$$

$$x^5 \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{x^5 \cdot 3} \cdot y^2 = \sqrt[3]{x^{15} \cdot y^2}$$

7. RADICALES SUCESIVOS

$$I) \sqrt[m]{x^n} \cdot \sqrt[p]{x^q} \cdot \sqrt[r]{x^s} = \sqrt[m \cdot p \cdot r]{x^{(n \cdot p + q)r + s}}$$

(x + x + x + ...)

Ejemplos:

$$\bullet \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^5} = 4 \cdot 3 \sqrt[12]{x^{2 \cdot 3 + 5}} = 12 \sqrt[12]{x^{11}}$$

$$\bullet \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x^3} = 5 \cdot 3 \cdot 4 \sqrt[60]{x^{(2 \cdot 3 + 5)4 + 3}} = 60 \sqrt[60]{x^{47}}$$

$$II) \sqrt[m]{x^n} \div \sqrt[p]{x^q} \div \sqrt[r]{x^s} = \sqrt[m \cdot p \cdot r]{x^{(n \cdot p - q)r + s}}$$

(x - x + x - ...)

Ejemplos

$$\bullet \sqrt[4]{x^3} \div \sqrt{x} = 4 \cdot 2 \sqrt[8]{x^{3 \cdot 2 - 1}} = 8 \sqrt[8]{x^5}$$

$$\bullet \sqrt[3]{x^4} \div \sqrt{x} \div \sqrt[4]{x} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{1} \sqrt[24]{x^{(4 \cdot 2 - 1)4 + 1}} = 24 \sqrt[24]{x^{29}}$$

OBSERVACIONES:

$$I. \sqrt[x]{a^y} = x \cdot k \sqrt[k]{a^y \cdot k}$$

$$II. \sqrt[x]{a^y} = \frac{x}{k} \sqrt[k]{a^y / k}$$

Ejemplos:

Efectuar:

$$S = \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a}{b}} \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{7}{6}} \left(\sqrt[6]{\frac{a}{b}} - 4\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^3} \cdot \frac{a}{b}\right)^{-3} \quad \text{RESOLUCIÓN}$$

$$S = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{7}{6}} \left(\sqrt[6]{\frac{a}{b}} \cdot -12\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}}\right)^{-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} - \frac{7}{6}} \left(\sqrt[6]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a}{b}}\right)^{-3}$$

$$S = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$S = \sqrt[3]{b/a}$$

2. Hallar el valor de la expresión :

$$E = n \sqrt{\frac{20^{n+1}}{4^{n+2} + 2^{2n+2}}}$$

RESOLUCIÓN

$$E = n \sqrt{\frac{(4 \cdot 5)^{n+1}}{4^{n+2} + 2^{2(n+1)}}$$

$$E = n \sqrt{\frac{4^{n+1} \cdot 5^{n+1}}{4^{n+2} + 4^{n+1}}}$$

$$E = n \sqrt{\frac{4^{n+1} \cdot 5^{n+1}}{4^{n+1}(4+1)}}$$

$$E = n \sqrt{\frac{4^{\cancel{n+1}} \cdot 5^{n+1}}{4^{\cancel{n+1}} \cdot 5}}$$

$$E = n \sqrt{5^n}$$

$$E = 5$$

3. Simplificar:

$$\text{---} \text{---} \text{---} M = \sqrt{5} + 2\sqrt{2^{-1}\sqrt{\sqrt{5} - 2\sqrt{6/8}}}$$

RESOLUCIÓN

Diferencia de Cuadrados

$$M = \frac{(\sqrt{5}+2)(2)^{-1}(\sqrt{5}-2)(6)}{\sqrt{8}} \quad M = \frac{(5-4)(3)}{\sqrt{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$M = 2$ _____

4. Simplificar: $Q = n^2 \sqrt{\frac{10n^2 - 6n^2}{25n^2 - 15n^2}}$

RESOLUCIÓN

$$Q = n^2 \sqrt{\frac{(5 \cdot 2)n^2 - (2 \cdot 3)n^2}{(5 \cdot 5)n^2 - (3 \cdot 5)n^2}} = n^2 \sqrt{\frac{5n^2 \cdot 2n^2 - 2n^2 \cdot 3n^2}{5n^2 \cdot 5n^2 - 3n^2 \cdot 5n^2}}$$

$$Q = n^2 \sqrt{\frac{\cancel{2n^2} \left(\frac{5n^2}{\cancel{5n^2}} - \frac{3n^2}{\cancel{3n^2}} \right)}{5n^2 \left(\frac{5n^2}{\cancel{5n^2}} - \frac{3n^2}{\cancel{3n^2}} \right)}} = n^2 \sqrt{\frac{2n^2}{5n^2}} = \cancel{n^2} \sqrt{\frac{2}{5}} \quad Q = \frac{2}{5}$$

5. Simplificar:

$$R = a^{a^a} \sqrt{a^{a^{a+a^a}}} \cdot a^{a^a} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{a^{a+a^a}}}$$

RESOLUCIÓN

$$R = a^{a^a} \sqrt{a^{a^{a+a^a}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{a^{a+a^a}}}$$

$$R = a^{a^a} \sqrt{\left(a \cdot \frac{1}{a}\right)^{a^{a+a^a}}}$$

$$R = a^{a^a} \sqrt{(1)^{a^{a+a^a}}}$$

$R = 1$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Reducir:

$$A = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^4}$$

Resolución:

Rpta: $A = \sqrt[15]{x^{14}}$

2. Simplificar:

$$B = \sqrt[4]{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{\sqrt{x}}}$$

Resolución:

Rpta: $B = \sqrt[96]{x^{17}}$

3. Reducir:

$$C = \sqrt[3]{a^2 \sqrt[2]{a^5 \sqrt[4]{a^{15}}}}$$

Resolución:

Rpta: $C = x^a$

4. Simplificar:

$$D = \left[\sqrt{a \cdot \sqrt{\sqrt{a \cdot \sqrt{\sqrt{a \cdot \sqrt{a}}}}}} \right]^{\frac{64}{43}}$$

Resolución:

Rpta: $D = a$

4. Reducir:

$$E = \sqrt[3]{a \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}} \sqrt{x \sqrt{a \sqrt{a}}}}}$$

Resolución:

Rpta: $E = x$

6. Simplificar:

$$F = \sqrt[3]{a} \div \left[\sqrt[3]{b} \div (\sqrt[3]{a} \div \sqrt[3]{b}) \right]$$

Resolución:

Rpta: $F = \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}$

**REFORZANDO
MIS CAPACIDADES**

1. Simplificar:

$$A = \sqrt{a^3 \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}}$$

- a) a b) a^2 c) $a \cdot \sqrt[12]{a^{11}}$
 d) $\sqrt[12]{a^{11}}$ e) $a^{\frac{3}{4}}$

2. Calcular:

$$B = \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a^{-3}}}}}$$

- a) 1 b) $\sqrt{a^3}$ c) $a \cdot \sqrt[54]{a^{47}}$
 d) $\sqrt[3]{a}$ e) 0

2. Reducir:

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{a \cdot \sqrt{a}} \cdot \sqrt{\sqrt{a}} \cdot \sqrt[3]{a^2}}$$

- a) 0 b) 1 c) a d) a^2 e) $\sqrt{a^3}$

4. Simplificar:

$$D = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt[3]{a \sqrt{a}}}}$$

- a) 1 b) 2 c) a d) a^2 e) a^3

5. Reducir:

$$E = \left(\sqrt{m \cdot \sqrt[3]{m}} \cdot \sqrt[3]{m \cdot \sqrt{m}} \right)^3$$

- a) $m^3 \sqrt{m}$ b) m^3 c) \sqrt{m}
 d) $\sqrt{m^5}$ e) 1

6. Reducir:

$$F = \left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{a \sqrt{a}}}} \right) \cdot \sqrt[16]{a^5}$$

- a) a b) \sqrt{a} c) $\sqrt[3]{a}$
 d) a^2 e) a^5

7. Reducir:

$$G = \left(\sqrt[m]{\sqrt[m]{\sqrt[m]{x^{m \cdot \sqrt{m}}}}} \right)^{m \cdot \sqrt{m}}$$

- a) m b) m^2 c) x^2 d) x e) x^3

8. Simplificar

$$H = \left(m^2 \sqrt{x^m \cdot \sqrt[m]{x}} \right)^{m^4}$$

- a) x b) x^m c) x^{m^3+1}
 d) 0 e) 1

9. Sí:

$$M = \left(\frac{1}{2} \right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} \wedge N = \left(\frac{1}{3} \right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$$

Hallar : \sqrt{MN}

- a) 6 b) 36 c) 64 d) 1 e) 0

10. Simplificar:

$$L = \left(a^{-3} \cdot \sqrt[11]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^5} \right)^{-3}$$

- a) x^4 b) x^5 c) x^6
 d) x^8 e) x^{-8}

"TEORIA DE EXPONENTES "

(FORMAS INDETERMINADAS)

INDICADOR: RESUELVE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS DE LAS FORMAS INDETERMINADAS EFICIENTEMENTE.

FORMAS INDETERMINADAS

Este tipo de ejercicios se caracterizan por presentar el símbolo "∞" y el criterio para resolver consiste en aumentar un elemento común más al ejercicio dado con la finalidad de eliminar la indeterminación.

Para los ejercicios de este tipo existen fórmulas que permiten la solución en forma inmediata.

CASO I:

$$m\sqrt{a^n} \cdot m\sqrt{a^n} \cdot m\sqrt{a^n} \dots \infty \text{Radicales} = m-1\sqrt{a^n}$$

Ejempl : Simplificar

$$M = \sqrt[3]{a^8} \cdot \sqrt[3]{a^8} \cdot \sqrt[3]{a^8} \dots \infty \text{Rad.}$$

RESOLUCIÓN

$$M = \frac{3-1}{1}\sqrt{a^8} = \sqrt{8} = a^{\frac{8}{2}}$$

$$M = a^4$$

CASO II:

$$\sqrt[m]{\frac{a^n}{\sqrt[m]{\frac{a^n}{\vdots}}}} = m+1\sqrt{a^n}$$

∞ RAD

Semana : 3

Ejemplo. : Simplificar:

$$N = \sqrt[4]{\frac{X^{10}Y^5}{\sqrt[4]{\frac{X^{10}Y^5}{\vdots}}}}$$

∞ RAD

Ejemplo: Hallar el Valor de "E" en : $E = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\dots}}}}$

RESOLUCIÓN

Aplicando la Formula :

$$E = 3$$

CASO VI :

SI : $X^{\sqrt[3]{X^{\sqrt[3]{X^{\dots}}}}} = m \Rightarrow X = \sqrt[m]{m}$

Ejemplo: Hallar el valor de "a" en : $a^{\sqrt[5]{a^{\sqrt[5]{a^{\dots}}}}} = 5$

RESOLUCIÓN

Aplicando la Fórmula;

$$a = \sqrt[5]{5}$$

EJEMPLOS

1. Simplificar :

$$M = \sqrt[3]{x^{12} \cdot \sqrt[3]{x^{12} \cdot \sqrt[3]{x^{12} \dots \infty \text{Rad}}}}$$

RESOLUCIÓN

$$1. \quad M = \sqrt[3]{x^{12} \cdot \underbrace{\sqrt[3]{x^{12} \cdot \sqrt[3]{x^{12} \dots \infty \text{Rad}}}}_M}$$

$$M = \sqrt[3]{x^{12} \cdot M}$$

$$M^3 = x^{12} \cdot M$$

$$M^2 = X^{12}$$

$$M = X^6$$

$$A = \sqrt[5]{5} \sqrt[5]{5} \sqrt[5]{5} \dots \infty$$

$$A = \sqrt[5]{5}^A \Rightarrow \sqrt[A]{A} = \sqrt[5]{5}$$

$$A = 5$$

5. Hallar el valor de "x" en :

$$4 \cdot x \cdot x \cdot x \dots \infty = 64$$

RESOLUCIÓN

$$4 \cdot x \cdot x \cdot x \dots \infty = 4^3 \Rightarrow x \cdot x \cdot x \dots \infty = 3$$

$$x^3 = 3$$

$$x = \sqrt[3]{3}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Reducir:

$$A = \sqrt[3]{a^{12} \sqrt[3]{a^{12} \sqrt[3]{a^{12} \dots \infty Rad}}}$$

Resolución:

Rpta. $A = a^6$

2. Reducir

$$B = \sqrt{\frac{a^{16}}{\sqrt[3]{\frac{a^{16}}{\infty rad}}}}$$

ResoluciónRpta: $B=a^4$

3. Simplificar:

$$C = \frac{\sqrt[a]{x^{a^{3-1}}} \cdot \sqrt[a]{x^{a^{3-1}}} \dots \infty \text{Rad}}{\sqrt[a]{x^{a^{3+1}}} \div \sqrt[a]{x^{a^{3+1}}} \div \dots \infty \text{Rad}}$$

Resolución :Rpta: $C= X^{2a}$

3. Resolver

$$(x - a)^{(x-a) \cdot \infty} = a^a$$

Resolución :

Rpta. $x = \sqrt[a]{a^a} + a$

4. Simplificar :

$$D = \sqrt{\sqrt{110 + \sqrt{110 + \sqrt{110 + \dots \infty \text{Rad}}}}}$$

Resolución:Rpta. $D=11$

6. Simplificar:

$$E = \sqrt[3]{a^4 b^2} \cdot \sqrt[3]{a^4 b^2} \dots \infty \text{Rad}$$

Resolución:Rpta. $E = ab$ **REFORZANDO****MIS CAPACIDADES**

1. Reducir:

$$\sqrt{\sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Rad}}}}}$$

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 0

2. Simplificar: $B = \sqrt[5]{5^{\sqrt[3]{5^{\sqrt[5]{5^{\dots}}}}}}$

- a) 0 b) 1 c) 3 d) 5 e) 7

3. Halla el valor de "m" en la siguiente expresión:

$$3^{m^{m^{\dots}}} = 27$$

- a) $\sqrt[2]{2}$ b) $\sqrt[3]{3}$ c) $\sqrt[5]{5}$ d) 3 e) 9

4. Reducir:

$$C = \frac{\sqrt{(a^2 + a) + \sqrt{(a^2 + a) + \dots \infty \text{Rad}}}}{\sqrt{(a^2 - a) - \sqrt{(a^2 - a) - \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) $\frac{a+1}{a-1}$ b) $\frac{a-1}{a+1}$
 c) $\frac{a}{\sqrt{a}}$ d) 1 e) 0

5. Hallar el valor de "m" en la siguiente expresión:

$$(m-2)^{(m-2)^{\dots}} = 4$$

- a) 0 b) 1 c) $\sqrt{2} + 2$
 d) $\sqrt{2}$ e) 2

6. Reducir:

$$D = \frac{\sqrt{a^3 \sqrt{a^3 \sqrt{a^3 \dots \infty \text{Rad}}}}}{\sqrt{(a^2 - a) + \sqrt{(a^2 - a) + \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) a b) 1 c) a^2 d) a^3 e) 0

7. Simplificar:

$$R = \sqrt[3]{15 \sqrt[3]{15 \dots \infty \text{Rad}}}$$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{15}$
 d) 1 e) 0

8. Simplificar:

$$E = \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 5

9. Hallar el valor de "F" en:

$$F = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\dots \infty}}} \cdot \sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^{\dots \infty}}}$$

- a) 3 b) 4 c) 6 d) 9 e) 12

10. Hallar "m" sí:

$$m^{10+m^{10+m^{\dots \infty}}} = \sqrt[3]{m^6}^{\sqrt[3]{m^6}^{\dots \infty}}$$

- a) $\sqrt[20]{10}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{12}$