ALGEBRA

EJERCICIOS DE POLINOMIOS

INDICADORES :
- Identifican y denotan un polinomio de acuerdo a su definición perfectamente.
- Hallar el valor numérico de una expresión algebraica correctamente

POLINOMIO

Es aquella expresión o suma indicada de expresiones algebraicas racionales enteras. Es decir los exponentes de sus variables deben ser enteros y positivos.

Ejemplos:

* $E_{(x)} = 7x^0$ Constante monómica
* $F(x;y) = 2x^4y^5$ Monomio
* $p(x) = x^3 - 3x$ Binomio
* $P(x,y) = 3x^2 - xy + 5y^2$ Trinomio
* $Q(x) = x^5 - 3x^4 + 15x - 6$

Cuatrinomio o simplemente polinomio de 4 términos.

NOTACIÓN DE UN POLINOMIO

Es la representación de un Polinomio y sirve para indicar quién es variable y quien es constante:

Ejemplo:

$$\underbrace{P_{(x,y)}}_{\text{Variables}} = \underline{a}x^9 + \underline{a^2b^2}xy + \underline{a^3}y^4\underline{b^3c^3}$$

Constantes

Se representa por: $P_{(x)}$; $Q_{(x)}$; $R_{(X)}$ etc.

SE LEE :

- El polinomio P que depende de las variables X $\in$ Y.
- El Polinomio P Evaluado en X e Y.
- Simplemente P de X e Y.

FORMAS GENERALES

- *POLINOMIO LINEAL* ***(Polinomio de Primer Grado)***

$$P_{(x)} = ax + b \quad ; \quad a \neq 0$$

POLINOMIO CUADRÁTICO *(Polinomio de Segundo Grado)*

$$P_{(x)} = ax^2 + bx + c \quad ; \quad a \neq 0$$

- ***POLINOMIO CÚBICO*** *(Polinomio de tercer grado)*

$$P_{(x)} = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 \quad ; \quad a_0 \neq 0$$

- ***POLINOMIO DE GRADO "n"***

$$P_{(x)} = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} \ldots + a_{n-1}x + a_n$$
$$; \quad a_0 \neq 0$$

Donde :

- $a_0, a_1, a_2 \ldots a_n$ son los coeficientes

Del Polinomio .

- a_0 es el coeficiente principal (coeficiente de la variable con mayor exponente).
- a_n es el término independiente.

PROPIEDADES

Consideremos el Polinomio de Grado "n"

$$P_{(x)} = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n \ ;$$

$$a_0 \neq 0$$

1. SUMA DE COEFICIENTES

$$\sum_{k=0}^{n} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n = P_{(1)}$$

2.TERMINO INDEPENDIENTE

$$a_n = P_{(0)}$$

EJEMPLOS

1.*Sea el Polinomio:* $P(x) = 3x^4 + x - 4$

* *Suma de Coeficientes:*

$P(1) = 3 + 1 - 4 = 0$

* *Término Independiente :*

$P(0) = -4$

2. *Sea el polinomio*:

$P(x) = x(x+2) + 2(x-1) + 4$

- *Suma de Coeficientes:*

$P(1) = 1(3) + 2(0) + 4 = 7$

- *Término Independiente :*

$P(0) = 0(2) + 2(-1) + 4 = 2$

3. *Sea el polinomio :*

$$P(x+2) = 4x^3 - x + 3$$

- Suma de Coeficientes :

$$X + 2 = 1 \Rightarrow X = -1$$

$$\therefore P(1) = 4(-1)^3 - (-1) + 3 = 0$$

- Término Independiente:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\therefore P(0) = 4(-2)^3 - (-2) + 3 = -27$$

- ***VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO***.- Es aquel que se obtiene, cuando su variable toma un valor particular (fijo).

EJEMPLOS

1. *Sea el polinomio* : $P(x) = x^2 - 3x + 1$

Hallar el V.N. :

- *Para* x =1

$$P(1) = (1)^2 - 3(1) + 1 = -1$$

- *Para* x = -2

$$P(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 1 = 11$$

- *Para* x =1/3

$$P\left(1/3\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^2-3\left(\frac{1}{3}\right)+1=\frac{1}{9}$$

2. *Hallar el V.N. de* :

$$M(x,y)=\frac{2xy+3x}{y-1}$$

Para : x = -2 ; y = 3

RESOLUCIÓN

$$M(-2,3)=\frac{2(-2)(3)+3(-2)}{3-1}$$

$$M(-2,3)=\frac{-12-6}{2}=9$$

CAMBIO DE VARIABLE EN UN POLINOMIO

Consiste en reemplazar la variable de la expresión o polinomio, por una nueva variable o por un nuevo Polinomio de tal manera que el Polinomio resultante dependa (o quede en función) de dicho cambio.

EJEMPLOS

1. Si $P(x-1)=4x+1$; Hallar $P(x+6)$

RESOLUCIÓN

$$x-1=A \Rightarrow x=A+1$$
$$P(A+1-1)=4(A+1)+1$$
$$P(A)=4A+5$$
$$\therefore P(x+6)=4(x+6)+5$$

= 4x +24 +5

= 4x + 29

2. Si $F(x)=4x+3$; *Hallar* : $F(3x-5)$

RESOLUCIÓN

$$F(3x-5)=4(3x-5)+3$$

= 12x – 20 + 3

= 12x – 17

3. Si $M_{(x-1)} = 19x + 1$; *Hallar* $M_{(x)}$

<u>RESOLUCIÓN</u>

$$x - 1 = \Delta \Rightarrow x = \Delta + 1$$

$$M_{(\Delta+1-1)} = 19(\Delta + 1) + 1$$
$$M_{(\Delta)} = 19\Delta + 20$$
$$\therefore M_{(x)} = 19x + 20$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar el valor numérico de:

$(1 - x - x^2)^{1-x}$; para $x = -2$

<u>Resolución</u>:

<u>Rpta:</u> -1

2. Hallar el valor numérico de:

$(10 + a - a^2)^{1-a}$; Para $a = 3$

<u>Rpta.</u> 16

3. Si $P(x) = x^2 + 2x + 1$

Hallar $P_{(x-1)}$

<u>Resolución:</u>

<u>Rpta.</u> $P_{(x-1)} = x^2$

4. Si $f(x) = (x-2)^3$

Hallar $f(1) + f(2)$

<u>Resolución:</u>

<u>Rpta</u>. –1

5. Si $P_{(x+1)} = x^2 + x + 1$

Hallar $P_{(x)}$

<u>Resolución:</u>

<u>Rpta.:</u> $P_{(x)} = x^2 - x + 1$

6. Si $P_{(x-3)} = x^2 + x - 1$

   Hallar $P_{(2)}$

   Resolución:

Rpta. $P_{(2)} = 29$

REFORZANDO
MIS CAPACIDADES

1. Si $P_{(x)} = \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{x}\right)$

   Calcular $P_{(1000)}$

a) 0 b) 1 c) 2 d)3 e)4

1. Si $P_{(x)} = 3x^5 - 2x^3 - 1$
   Hallar $P_{(0)} + P_{(1)}$

   a) 0 b) 1 c) -1 d) 2 e) -2

2. Si $P_{(x)} = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$

   Hallar $P_{(100)}$

   a) 100 b) 101 c) 102
   d) 98 e) 99

3. Si $P_{(x)} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

   Hallar $[P_{(8)}]^{P(1)}$

   a) 1 b) 2 c) 4 d) 9 e) 7

5. Si $P_{(x+1)} = x^3 - 1$
   Hallar $P_{(4)}$
   a) 25 b) 26 c) 27
   d) 64 e) 62

6. Si $F_{(x)} = x + 1$ y $G_{(x)} = x - 1$

   Hallar $F[G_{(x)}]$

   a) 0 b) 1 c) x d) x + 1 e) x – 1

7. Si $P_{(\sqrt{x})} = \sqrt{x+1}$

   Hallar $P_{(2)}$

   a) $\sqrt{5}$ b) 2 c) $\sqrt{2}$
   d) 5 e) $\sqrt{3}$

8. Si $P_{(\sqrt{a})} = \sqrt{a}+1$

   Hallar $P_{(3)}$

   a) 1 b) 2 c)3 d) 4 e) 5

9. Si $P_{(x-1)} = (x-1)^2 + x-1$

   Hallar $P_{(10)}$

   a) 110 b) 109 c) 108
   d) 111 e)112

10. Si $P_{(x)} = 8x + a$ y $P_{(1)} = 3$

   Hallar el valor de a

   a) -1 b) -2 c) -3
   d) -4 e) -5

AUTOEVALUACION

1. Simplificar :

$$A = \frac{7^{X+3} - 7^{X-1}}{3(7^{X+1}).2^4} \quad ; \ X \in \text{IN}$$

   Resolución :

2. Simplificar:

$$B = \sqrt[a^2]{\frac{9^{a^2} + 3^{2a^2+2}}{90^{a^2+1}}}$$

   Resolución :

3. Reducir

$$C = \frac{2^{3x} - 8^x + 4}{2^{2-x}} \quad ; \ X \in \text{IN}$$

   Resolución :

4. Simplificar

$$D = \frac{343.9.8.5^5}{10.6^6.35^4}$$

<u>Resolución</u> :

5. Si: $a^a = 3$

Hallar $E = \sqrt[a^a-1]{a^{a^{a+1}}}$

<u>Resolución</u> :

6. Si: $a^b = 2 \wedge b^a = \frac{1}{2}$

Hallar F $= \left[a^{b^{1+a}} + b^{a^{1-b}}\right]^2$

<u>Resolución</u> :