



EJERCICIOS DE POLINOMIOS ESPECIALES

INDICADOR: Resuelven situaciones problemáticas utilizando polinomios especiales de manera eficaz.

POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos polinomios que gozan de características especiales, llámese la ubicación de sus términos o por el comportamiento de los exponentes que afectan a sus variables.

1. Polinomio Homogéneo

Es aquel polinomio reducido donde todos sus términos poseen el mismo grado absoluto.

A dicho valor se le denomina, grado de homogeneidad. Todo Polinomio Homogéneo dependerá de dos, tres o más variables.

Ejemplo :

$$P(x, y, z) = \underbrace{ax^4y^2z^3}_{9^\circ} + \underbrace{abx^2y^7}_{9^\circ} + \underbrace{abcz^9}_{9^\circ}$$

Grado de Homogeneidad = 9

2. Polinomio Ordenado(Respecto a una Variable)

Es aquel polinomio que está ordenado con respecto a una variable llamada ordenatriz, donde los exponentes de la mencionada variable van aumentando o disminuyendo.

Ejemplo:

$$* P(x) = 2x^5 + 3x^3 + x + 1$$

Ordenado en forma descendente.

$$* P(x, y) = x^7 + x^5y^2 + x^3y^4 + y^5$$

Ordenado Ascendentemente para "y"

Ordenado Descendentemente para "x"

3. POLINOMIO COMPLETO (Respecto a Una Variable)

Se denomina polinomio completo respecto a una variable , a todo aquel polinomio que presenta todos los exponentes de dicha variables desde el mayor hasta el exponente cero (término independiente) de uno en uno sin importarnos el orden de su presentación.

Ejemplo:

$$P(x) = \underbrace{x^3}_{3^\circ} + \underbrace{xy}_{1^\circ} + \underbrace{y^3}_{0^\circ} + \underbrace{x^2y^2}_{\uparrow}$$

T. I.

OBSERVACIÓN: En todo polinomio completo respecto a una variable se verifica que :

$$N^{\circ} \text{ de términos} = G. R. (\text{Variable}) + 1$$

4. **POLINOMIOS IDÉNTICOS** Dos Polinomios reducidos, del mismo grado y con las mismas variables, serán idénticos Si los coeficientes de sus términos semejantes son iguales.

Ejemplo:

Sea:

$$P(x) = ax^9 + bx^4 + cx + d \quad \wedge$$

$$Q(x) = mx^9 + nx^4 + px + r$$

Se dice Que :

$$\underbrace{P(x) \equiv Q(x)}$$

“P(x) es idéntico a Q (x)”

ó

$$ax^9 + bx^4 + cx + d \equiv mx^9 + nx^4 + px + r$$

Si y solo sí:

$$a = m ; b = n ; c = p ; d = r$$

5. Polinomio Idénticamente Nulo

Todo polinomio reducido, é idénticamente nulo debe tener todos sus coeficientes iguales a cero.

Ejemplo:

Sea:

$$P_{(x,y)} = ax^4 + bx^4 y^5 + cx^3 y^6 + dy^{25}$$

Se dice que :

$$\underbrace{P(x,y) \equiv 0}$$

“P_(x,y) es idénticamente nulo”

ó

$$ax^4 + bx^4 y^5 + cx^3 y^6 + dy^{25} \equiv 0$$

Si y solo sí :

$$a = 0 ; b = 0 ; c = 0 ; d = 0$$

EJEMPLOS

1. Dado el polinomio homogéneo:

$$P_{(x,y)} = \frac{1}{3}x^{2a} - 5x^a y^{b-1} + y^{15-a}$$

Hallar : (a + b)
RESOLUCIÓN

Si $P_{(X,Y)}$ Es Homogéneo se cumple:

$$2a = a + b - 1 = 15 - a$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2a &= 15 - a \\ 3a &= 15 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2a &= a + b - 1 \\ 2(5) &= 5 + b - 1 \\ 10 &= 4 + b \\ b &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (a+b)^2 &= (5+6)^2 \\ &= (11)^2 \\ &= 121 \end{aligned}$$

2. Ordenar el Polinomio en forma decreciente respecto a "x".

$$P_{(x,y)} = x^2 y^2 + \frac{1}{4}xy - \frac{20}{13}y^4 + 16x^3 y^3 + x^4$$

RESOLUCIÓN

$$P_{(x,y)} = x^4 + 16x^3 y^3 + x^2 y^2 + \frac{1}{4}xy - \frac{20}{13}y^4$$

3. Dado el polinomio $Q_{(x)}$ completo y ordenado decrecientemente.
Hallar : (a + b) (c + d)

$$Q_{(x)} = x^{c+d-1} + 5x^{b-c+1} - 3x^{a+b-4} + 15x^{a-3}$$

RESOLUCIÓN

- $a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$
- $a + b - 4 = 1 \Rightarrow b = 2$
- $b - c + 1 = 2 \Rightarrow c = 1$
- $c + d - 1 = 3 \Rightarrow d = 3$

$$\begin{aligned} \therefore (a+b)(c+d) &= (3+2)(1+3) \\ &= (5)(4) = 20 \end{aligned}$$

4. Si se cumple la siguiente identidad:

$$a(x - 2) + b(x + 1) \equiv 4x - 17$$

Calcular : “ $b^4 - a^2$ ”

RESOLUCIÓN

$$ax - 2a + bx + b \equiv 4x - 17$$

$$(a + b)x - (2a - b) \equiv 4x - 17$$

Por ser idénticos:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 4 \dots\dots\dots (1) \\ 2a - b = 17 \dots\dots\dots (2) \end{array} \right\} (+)$$

$$3a = 21$$

$$a = 7 ; b = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore b^4 - a^2 &= (-3)^4 - (7)^2 \\ &= 81 - 49 \\ &= 32 \end{aligned}$$

5. Hallar : $(m - n)^2 - (p + q)^2$, si:

$$(m^3 + 8)x^4 + (3n - 21)x^3 + (2p^2 - 18)x^2 +$$

$$+ (q^2 - \sqrt[3]{64})x \equiv 0$$

RESOLUCIÓN

- $m^3 + 8 = 0 \Rightarrow m = -2$
- $3n - 21 = 0 \Rightarrow n = 7$
- $2p^2 - 18 = 0 \Rightarrow p = 3$
- $q^2 - \sqrt[3]{64} = 0 \Rightarrow q = 2$

$$\begin{aligned} \therefore (m - n)^2 - (p + q)^2 &= (-2 - 7)^2 - (3 + 2)^2 = (-9)^2 - (5)^2 \\ &= 81 - 25 \\ &= 56 \end{aligned}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Dado el polinomio $P(x)$ completo y ordenado descendientemente, hallar el valor de “ $a + b + c + d$ ”.

$$P(x) = 5x^{c-d-2} - 4x^{b-c+1} + 7x^{a+b-3} + 2x^{a-2}$$

Resolución

Rpta. 1

2. Hallar "a + b" sabiendo que:
 $P(x) = x^4 + x^{b+1} + x^{a-8} + 1$ es un polinomio completo y ordenado

Resolución

Rpta. 12

3. ¿Cuál es el valor de "m"?
 para que:

$$P(x) = x^{17} + 2x^{11} - 2x^{m+3} + 3x^9 + x^2 - 6$$

Esté ordenado descendientemente?

Resolución

Rpta. m = 7

4. Hallar la suma de los coeficientes de:

$$P(x,y) = ax^{2+3} - abx^{a-1} \cdot y^{b+2} + 2by^{a+8} \cdot x^{-5}$$

Si este es un polinomio homogéneo

Resolución:

Rpta. -1

5. Calcular "mn" si el siguiente polinomio:

$$P(x,y) = 5x^m y^4 + 3x^6 y^8 - 2x^3 y^{n+5}$$

Es homogéneo

Resolución

Rpta. mn = 60

6. Determinar el grado relativo de

$$P(x,y) = ax^{a+8} + abx^a y^b - by^{b+16}$$

Con respecto a "y", sabiendo que es homogéneo.

Resolución :

Rpta. G.R_(y) = 24

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Dado el polinomio homogéneo:

$$M(x,y) = 5x^{2m} - \frac{4}{9}x^m y^{n-1} - y^{15-m}$$

Calcular: $(m - n)^2$

- a) 110 b) 120 c) 121
 d) 131 e) 141

2. Dado el polinomio $Q(x)$ completo y ordenado decrecientemente:

$$Q(x) = 6x^{c+d-1} - 7x^{b-c+1} + 8x^{a+b-4} + 9x^{a-3}$$

Hallar: $(a+b)(c+d)$

a) 15 b) 20 c) 25 d) 30 e) 5

3. Si se cumple la siguiente identidad:

$$m(x-2) + n(x+1) \equiv 4x - 17$$

Calcular : $n^4 - m^2$

a) 30 b) 32 c) 31 d) 17 e) 4

4. Hallar: $(a-b)^2 - (c+d)^2$, si

$$(a^3+8)x^4 + (3b-21)x^3 + (2c^2-18)x^2 + (d^2-\sqrt{16})x \equiv 0$$

a) 50 b) 52 c) 54 d) 56 e) 60

5. Hallar: $m^2 - n^2$, si el polinomio es homogéneo.

$$P_{(x,y)} = 2x^{6m-4n}y^{14} + x^{16}y^{20} + 3x^{4m}y^{2m+2n+2}$$

a) 21 b) 31 c) 41 d) 20 e) 30

6. Si el polinomio es completo y ordenado descendientemente, hallar:

$$a^2 + b^2 + c^2$$

$$R(x) = 9x^{5b-c-3} + 6x^{a+3b-8} + 12a^{2-18}$$

a) 26 b) 15 c) 34 d) 0 e) 38

7. Si se cumple la identidad

$$4(x^3+2) - 3(x^2+1) \equiv Mx^3 + Nx^2 + P$$

Hallar: $(M-N+P)^2$

a) 144 b) 121 c) 100

d) 81 e) 64

8. Si el polinomio es idénticamente nulo, hallar: $(m+n+p)^2$

$$K(x) = (3m-12)x^3 + (2n-8)x^2 - (p-7)x$$

a) 15 b) 125 c) 0 d) 225 e) 1

9. Hallar: $m+n+p$

Si el polinomio es idénticamente nulo.

$$R(x) = m(3x^2 - x + 2) + n(2x - 1) - p(x^2 - x) - 6x$$

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 1

10. Hallar: $m + n$

Si el polinomio es homogéneo

$$Q_{(x,y)} = 3x^{2m-5}y^{4n} + 5x^{2m-4n}y^3 + x^4y^9$$

- a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 2