



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Son aquellos valores a los cuales convergen los demás valores de la variable. Estudiaremos la media, la mediana y la moda.

MEDIA ARITMÉTICA (\bar{X})

Está dada por la suma de todos los datos de la población dividida entre el número total de ellos.

EJEMPLO 1

Citaremos algunos ejemplos de medias o promedios aritméticos.

- El salario promedio de un obrero.
- El precio medio o promedio de un pantalón.
- El rendimiento promedio de un trabajador.
- la temperatura media promedio durante la semana.
- El promedio de goles por partido de un delantero de fútbol.
- la nota final anual obtenida en el curso de aritmética por un alumno.

La media aritmética se usa para datos no tabulados y datos tabulados.

• PARA DATOS NO TABULADOS

Dado un conjunto N de números

$$\underline{\quad} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N$$

$$X =$$

$$N$$

EJEMPLO 2

Un estudiante gasta diariamente en movilidad 3; 2; 5; 4; 6 y 3 nuevos soles. Su promedio de gastos en movilidad será.

$$\bar{X} = \frac{3 + 2 + 5 + 4 + 6 + 3}{6} = \frac{23}{6} = 3,8\bar{3}$$

• PARA DATOS TABULADOS O AGRUPADOS

Sean $x_1; x_2; x_3; \dots; x_k$ las marcas de clase de los k intervalos de una distribución respectivamente y además $f_1; f_2; f_3; \dots; f_k$ son las frecuencias absolutas de los N intervalos respectivamente.

Tenemos:

$$\underline{\quad} X = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_k \cdot f_k}{n}$$

EJEMPLO 3

En la siguiente tabla correspondiente al ingreso mensual promedio (en soles) de cierto número de familias.

I_i	x_i	f_i	h_i
[300; 500>	400	40	40%
[500; 700>	600	36	36%
[700; 900>	800	14	14%
[900; 1100]	1000	10	10%
		n = 100	

$$\bar{X} = \frac{400 \times 40 + 600 \times 36 + 800 \times 14 + 1000 \times 10}{100}$$

$$\bar{X} = 4(40) + 6(36) + 8(14) + 10(10)$$

$$\bar{X} = 160 + 216 + 112 + 100$$

$$\bar{X} = 588$$

- **Para tener en cuenta:**

La media también llamada media aritmética o promedio aritmético, es el más usado por todos nosotros y el más fácil de calcular

MEDIANA (Me)

Es el valor que divide al total de observaciones (n) debidamente ordenadas o tabuladas en 2 partes de igual tamaño. La mediana dependerá de la cantidad de datos mas no de los valores de estos.

- **PARA DATOS NO TABULADOS**

Cuando se obtengan datos obtenidos de una muestra se tendrán 2 casos.

En primer lugar, tendremos que ordenarlos en forma ascendente o descendente.

Tenemos los siguientes casos:

1. *Cuando se tiene un número impar de datos.*

La mediana será igual al valor del término central.

EJEMPLO 3

Si se tiene el número de hijos de 7 familias las cuales son 5; 1; 6; 1; 2; 1 y 4

Ordenando: 1; 1; 1; ; 4, 5; 6

Notamos que el dato central es 2, por lo que diremos que el cuarto dato es la llamada *mediana*, entonces $Me = 2$

2. *Cuando se tiene un número par de datos*

La mediana es igual a la semisuma de los dos términos centrales.

EJEMPLO 4

Se tiene la cantidad de alumnos que asistieron a un aula de clases en los últimos 6 días: 26; 20; 21; 30; 25 y 21.

Ordenando: 20; 21; ; 29, 30

Entonces: $Me = \frac{21 + 25}{2} = 23$

- **PARA DATOS TABULADOS O AGRUPADOS**

Cuando se tengan datos, los cuales están clasificados por una cantidad de intervalos, tendremos que hallar el dato que hace dividir en dos partes de igual tamaño a la muestra.

Luego se utiliza la siguiente fórmula:

$$Me = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} . A$$

Donde:

- n : Número de datos.
- L_i : Límite del intervalo de la mediana
- F_{i-1} : Frecuencia acumulada absoluta del intervalo inmediatamente anterior al intervalo de la mediana.
- f_i : Frecuencia absoluta del intervalo de la mediana.
- A : Amplitud del intervalo de la mediana.

EJEMPLO 5

En la siguiente tabla correspondiente al ingreso mensual promedio (en soles) de cierto número de familias.

I_i	f_i	F_i	h_i
[300; 500>	40	40	40%
[500; 700>	36	76	36%
[700; 900>	14	90	14%
[900; 1100>	10	100	10%
	n = 100		

- Como: $n = 100 / 2 = 50$
- Por lo tanto I_2 es el intervalo que contiene a la mediana.
- Identificando valores:
 $L_2 = 500$
 $F_1 = 40$
 $f_2 = 36$
 $A = 500 - 700 = 200$

- En la fórmula

$$Me = 500 + \frac{50 - 40}{36} \cdot 200$$

$$Me = 500 + 55,6$$

$$Me = 555,6$$

- Entonces **la mediana es 555,6**

MODA (Mo)

Es el valor o clase que tiene la mayor frecuencia en un conjunto de datos.

- PARA DATOS NO TABULADOS**

La moda será el dato que se repite más (con mayor frecuencia)

EJEMPLO 6

Se tienen las edades de 9 personas: 17; 18; 16; 15; 18; 16; 18; 15 y 17. ¿Cuál será su moda?

- La edad que más se repite es 18, entonces: **Mo = 18**

EJEMPLO 7

Se tienen las notas del curso de aritmética, de 10 alumnos de un cierto colegio, las cuales son 17; 11; 12; 12; 16; 12; 13 16; 15 y 16. ¿Cuál será su moda?

Las notas que más se repiten son 12 (con una frecuencia igual a 3) y 16 (con una frecuencia igual a 3).

- En este caso la distribución es bimodal, porque existen dos modas que son 12 y 16.

PARA DATOS TABULADOS O AGRUPADOS

Cuando se tengan datos clasificados en una cierta cantidad de intervalos, para poder hallar la moda será necesario construir un Histograma de la distribución e identificar la clase modal (aquella clase con mayor altura). Tenga en cuenta que la distribución puede ser multimodal.

Luego se utilizará la siguiente fórmula:

$$Mo = L_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot A$$

Donde:

- L_i es el límite inferior del intervalo modal
- $d_1 = f_i - f_{i-1}$
- $d_2 = f_i - f_{i+1}$
- A es la amplitud del intervalo modal

EJEMPLO 8

En la siguiente tabla correspondiente al ingreso mensual promedio (en soles) de cierto número de familias. Hallar la moda.

I_i	x_i	f_i	h_i
[300; 500>	400	40	40%
[500; 700>	600	36	36%
[700; 900>	800	14	14%
[900; 1100>	1000	10	10%
		n = 100	

- Construyamos el Histograma de f_i de la tabla f_i (cantidad de familias)

40
36
14

10 ingreso en S/.

300 500 700 900 1100

- Para nuestro problema:

- $d_1 = 40 - 0 = 40$

- $d_2 = 40 - 36 = 4$

- $Mo = 300 + \frac{40}{40 + 4} \cdot 200 = 481,82$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. En un gimnasio se registra el peso en kilogramos, de los clientes al inicio de cada semana. Los datos se observan en el siguiente cuadro.

Peso(Kg)	Fi	Xm	Fi Xm
[45-50[10	47,5	475
[50-55[9	52,5	472,5
[55-60[16	57,5	920
[60-65]	15	62,5	937,5
Total	n = 50		$\Sigma=2805$

Determinar el peso promedio:

- a) 56,1 kg b) 57,1kg c) 58,1 kg
d) 59,1 kg e) N.A.

2. Se tiene la siguiente distribución de edades.

Xi	Fi	Xi Fi
9	12	108
10	30	300
11	23	253
12	15	180
Total	n=80	

Calcular la edad promedio

- a) 8,50 b) 10,51 c) 12,52
d) 14,53 e) N.A.

3. Calcular la media aritmética de 5, 7, 11, 12, 14

- a) 7,8 b) 8,8 c) 9,8
d) 10,8 e) N.A.

4. Calcular la mediana de 5, 7, 7, 9, 10, 12, 15

- a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) N.A.

5. Se conocen las longitudes de 100 tornillos comprados. Calcular la mediana.

Longitud (cm)	Fi	Fi
8	8	8
10	16	24
12	12	36
15	8	44
17	24	68
20	32	100

- a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) N.A.

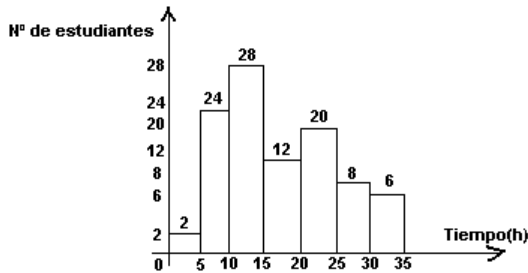
6. De la siguiente tabla de valores agrupados. Calcular la moda.

I	F_i
$[12,15>$	10
$[15,18>$	15
$[18,21>$	25
$[21,24>$	20
$[24,27>$	10

- a) 20 b) 21 c) 22
 d) 23 e) 24

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

El histograma representa el tiempo, en horas, que permanece un grupo de estudiantes en la biblioteca durante la semana.



- ¿Cuántos estudiantes conforman la muestra?
 a) 50 b) 75 c) 1000
 d) 125 e) N.A.
- ¿Cuál es el promedio de permanencia de los estudiantes en la biblioteca?
 a) 16 h b) 16,1 h c) 16,2 h
 d) 16,3 h e) N.A.
- ¿Cuál es la moda?
 a) 9 b) 10 c) 11
 d) 12 e) N.A.
- ¿Cuál es la mediana?
 a) 11 b) 12 c) 13
 d) 14 e) N.A.

7. Se tiene la siguiente distribución de edades.

X_i	F_i	$X_i F_i$
9	12	108
10	30	300
11	23	253
12	15	180
Total	$n=80$	

Calcular la edad promedio

- a) 8,50 b) 10,51 c) 12,52
 d) 14,53 e) N.A.

8. Calcular la media aritmética de 5, 7, 11, 12, 14

- a) 7,8 b) 8,8 c) 9,8
 d) 10,8 e) N.A.

Del siguiente cuadro, calcule el peso promedio de un grupo de alumnos del 4º año

Peso(Kg)	X_i	F_i	$X_i F_i$
[60-63>	61,5	2	123
[63-66>	64,5	6	387
[66-69>	67,5	4	270
[69-72>	70,5	6	423
[72-75>	73,5	2	147
	Total	$n = 20$	

- a) 67,2 kg b) 67,3kg c) 67,4 kg
 d) 67,5 kg e) N.A.
6. Calcular la mediana de 5, 6, 7, 8, 10, 10, 14, 15
- a) 7 b) 8 c) 9
 d) 10 e) N.A.
7. Calcular la mediana:

I	X_i	F_i	F_i
[60-63>	61,5	2	2
[63-66>	64,5	6	8
[66-69>	67,5	4	12
[69-72>	70,5	6	18
[72-75>	73,5	2	20

- a) 67,2 b) 67,3 c) 67,4
 d) 67,5 e) N.A.
8. Calcular la moda en 7, 13, 15, 15, 17, 21
- a) 7 b) 13 c) 2
 d) 15 e) N.A.

DECILES, CUARTILES Y PERCENTILES

9. Calcular la moda

X	F_i
17	10
21	18
25	22
29	19
33	11

- a) 20 b) 21 c) 22
 d) 24 e) 25

10. Calcular la moda del siguiente cuadro que muestra la cantidad de personas que visitaron el Museo de Arte en 20 días

Nº de visitantes	F_i
[145-150>	4
[150-155>	8
[155-160>	10
[160-165>	6
[165-170>	4
[170-175>	6
[175-180>	2

- a) 156 b) 157 c) 158
d) 159 e) N.A.

MEDIDAS DE LOCALIZACIÓN PARA VARIABLES CONTÍNUAS

Son medidas que permitan determinar la proporción de la población de una variable estadística cuyos valores estadísticos son menores o iguales que un valor tomado como referencia (comúnmente la media)

Se llaman cantiles y los más usados son los percentiles, cuarteles y deciles. Para calcularlos, los datos deben estar ordenados de manera creciente.

PERCENTILES (P_j)

Son valores que dividen al conjunto de datos ordenados en cien partes iguales (en %)

$$P_j = L_i + \frac{j \cdot n - F_{i-1}}{f_i} \cdot C_i$$

EJEMPLO 1

Veamos la siguiente tabla con las edades de 14 personas

Edad	f_i	F_i
[12 - 17[2	2
[17 - 22[5	7
[22 - 27[6	13
[27 - 32]	1	14
Total (n)	14	

¿Cuál es el percentil 40?

- Identificamos el intervalo donde se ubica P_{40}

$$\frac{j \cdot n}{100} = \frac{40n}{100} = \frac{40(14)}{100} = 5,6$$

P_{40} se ubica en el intervalo [17 - 22[

- Calculando P_{40}

$$P_{40} = 17 + \frac{5,6 - 2}{5} \cdot 5 = 20,6 \text{ años}$$

- El 40 % del total de personas tiene 20,6 años o menos

CUARTILES (Q_j)

Son valores que dividen al conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales (en %)

- Q_1 es el valor de la variable que deja por debajo al 25% de la distribución.
- Q_2 es el valor de la variable que deja por debajo al 50% de la distribución. Aquí es igual a la mediana.
- Q_3 es el valor de la variable que deja por debajo al 75% de la distribución.

$$Q_1 = L_i + \frac{\frac{n}{4} - F_{i-1}}{f_i} \cdot C_i$$

$$Q_3 = L_i + \frac{\frac{3n}{4} - F_{i-1}}{f_i} \cdot C_i$$

EJEMPLO 2

Del ejemplo anterior ¿Cuál es el cuartel inferior y superior de las edades?

- Trabajamos con la columna de frecuencias absolutas acumuladas (F_i)
- Para el cuartel inferior, calculamos $n/4$ y para el cuartel superior calculamos $3n/4$; y así identificamos sus intervalos respectivos:

$$\text{Cuartel inferior: } n/4 = 14/4 = 3,5$$

$$Q_1 \text{ se ubica en } [17 - 22[$$

$$\text{Cuartel superior: } 3n/4 = 42/4 = 10,5$$

$$Q_3 \text{ se ubica en } [22 - 27[$$

- Aplicamos las respectivas fórmulas y calculamos los cuartel
- $Q_1 = 15 + \frac{3,5 - 2}{5} \cdot 5 = 16,5 \text{ años}$

$$Q_3 = 20 + \frac{10,5 - 7}{5} \cdot 5 = 22,92 \text{ años}$$

- El 25% de las personas tiene 16,5 años o menos y el 75% tiene 22,92 años o menos.

DECILES (D_j)

- Son los cuantiles que dividen una distribución en 10 intervalos, por lo que se tienen 9 puntos de división, los deciles, que originan los 10 intervalos.

$$D_j = L_i + \frac{\frac{j \cdot n}{10} - F_{i-1}}{f_i} \cdot C_i$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Se tiene el gasto semanal en soles de 200 personas elegidas al azar, halle los cuarteles:

li	Fi
[60;120>	60
[120;180>	30
[180;240>	40
[240;300>	50
[300;360>	20

2. Del cuadro anterior, halle el cuarto decil.
 3. Del cuadro 1, halle el percentil 37
 4. Calcular el cuartel medio en el cuadro.

li	Fi	Fi
[0-1,5[15	15
[1,5 – 3,0[26	41
[3,0 – 4,5[20	61
[4,5 – 6,0[13	74
[6,0 – 7,5]	6	80
Total	n = 80	

5. Se tiene la tabla de edades de 28 personas

EDAD	Fi	Fi
[10-15[4	4
[15 – 20[10	14
[20 – 25[12	26
[25 – 30]	2	28
Total	n = 28	

Calcular El percentil 40 (P_{40})

6. Del cuadro anterior calcular el cuartel inferior y superior de las edades.

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

Se realizó una encuesta en una de las comunidades andinas referente a la cantidad de ganado por familia.

Cantidad de ganado	Fi
[32-38[12
[38-44[8
[44-50[10
[50-56[7
[56-62]	5

ARITMETICA

- 1 Calcula el cuartil inferior
- 2 Calcula el cuartil superior
- 3 Calcula el cuartil medio
- 4 Calcula el percentil 80 (P_{80}) redondeando los valores al entero
- 5 Calcula el percentil 20 (P_{20})
- 6 Calcula el percentil 50 (P_{50})
- 7 Calcula el percentil 100 (P_{100})
- 8 Calcula el decil 2
- 9 Calcula el decil 5