



EJEMPLOS DE TEORIA DE EXPONENTES IV

INDICADOR: RESUELVEN SITUACIONES PROBLEMÁTICAS DE ECUACIONES EXPONENCIALES EFICIENTEMENTE.
ECUACIONES EXPONENCIALES

Son igualdades relativas cuyas incógnitas aparecen como exponentes.

Se entiende por igualdad relativa a aquella que se verifica para algunos valores que le asigne a sus incógnitas

EJEMPLOS :

$$\bullet 2^x = 32$$

$$\bullet x^7 = 128$$

$$\bullet 2^{3^{8^x}} = 512$$

SOLUCION DE UNA ECUACIÓN EXPONENCIAL:
Es el valor o valores que verifican la igualdad relativa.

EJEMPLOS

$$\bullet 2^x = 64 \Rightarrow x = 6 \text{ Porque } 2^6 = 64$$

$$\bullet 5^{x+1} = 125 \Rightarrow x = 2 \text{ Porque } 5^{2+1} = 5^3 = 125$$

$$\bullet 2^{3m-2} = 128 \Rightarrow m = 3 \text{ Porque } 2^{3(3)-2} = 2^7 = 128$$

PROPIEDADES

1. Si

$$a^x = a^n \Rightarrow x = n$$

$$\forall a \neq 0 \quad \wedge \quad a \neq 1$$

2. Si

$$x^a = n^a \Rightarrow x = n$$

$$\forall a \neq 0$$

3. SI:

$$x^{x^{x^x}} = a^{a^{a^a}} \Rightarrow x = a$$

En esta propiedad se aplica la "Analogía Matemática"

4. Si

$$\underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_a = a \Rightarrow x = \sqrt[a]{a}$$

EJEMPLO:

$$* \quad \underbrace{x \cdot x \cdot x}_2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt[2]{2}$$

5.

$$\underbrace{\sqrt[a]{b} \cdot \sqrt[a]{b} \cdot \dots \cdot \sqrt[a]{b}}_b = b \quad \forall a, b \in \mathbb{N}$$

$$\boxed{\left(x \cdot x^n\right)^n = \left(x^n\right)^{x^n}} \quad \text{Artificio Usual}$$

6. EQUIVALENCIAS

$$\boxed{\sqrt{2}^{-\sqrt{2}} \diamond \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

$$\boxed{2^{-\sqrt{2}} \diamond \left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)}}$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \diamond \left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)^{\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}}$$

$$\boxed{\text{Si: } a^b = b^a \Rightarrow a = b}$$

EJEMPLOS

1. RESOLVER :

$$2^{m+3} + 2^{m+1} = 80$$

RESOLUCION

$$2^m \cdot 2^3 + 2^m \cdot 2 = 2^3 \cdot 10$$

$$2^m (8 + 2) = 2^3 \cdot 10$$

$$2^m = 2^3$$

$$\Rightarrow m = 3$$

2. Hallar "X " en la siguiente ecuación:

$$16^x \sqrt[4]{16} = 4^{2x-1}$$

RESOLUCION

$$16^x \sqrt[4]{4^2} = 4^{2x-1}$$

$$\frac{2}{\cancel{4}16^x} = \cancel{4}^{2^{2x-1}} \Rightarrow \frac{2}{16^x} = 2^{2x-1}$$

$$\frac{2}{2^{4x}} = 2^{2x-1} \Rightarrow \cancel{2}^{1-4x} = \cancel{2}^{2x-1}$$

$$1 - 4x = 2x - 1 \Rightarrow 2 = 6x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

3. Hallar "X" en:

$$4^{4^{x+1}} = 16^{x^{2^{x+3}}}$$

RESOLUCIÓN

$$4^{4^{x+1}} = 4^{2 \cdot 8^{2^{x+3}}}$$

$$4^{x+1} = 2.8^{2x-3}$$

$$2^{2x+2} = 2.2^{6x-9}$$

$$2^{2x+2} = 2^{6x-8}$$

$$2x - 2 = 6x - 8$$

$$6 = 4x$$

$$x = \frac{3}{2}$$

4. Calcular "x" sabiendo que:

$$x^{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{3}$$

RESOLUCION

$$x^{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}$$

Aplicando la propiedad No.4

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \therefore x = \frac{1}{27}$$

5. Si:

$$a^{a^a} = 3, \text{ Hallar "M" :}$$

$$M = a^{a^{a^a+a}}$$

RESOLUCION

$$M = a^{a \cdot a^a} \cdot a^a = a^{a^a \cdot a^a} = \left(a^{a^a}\right)^{a^a}$$

$$\Rightarrow M = (3)^3$$

$$M = 27$$

6. Hallar "m" en :

$$4^{m+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^m \Rightarrow 2^{2m+6} = 2^{-m}$$

$$2m - 6 = -m \Rightarrow 3m = 6$$

$$m = 2$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar "m" en:

$$3^{9^{m-2}} = 27^{9^{2m+1}}$$

Resolución:

Rpta. $m = -\frac{7}{2}$

2. Resolver:

$$2^a + 2^{a+1} + 2^{a+2} = 56$$

Resolución :

Rpta. $a = 3$

3. Resolver:

$$\frac{1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \frac{1}{2^{m+3}} = 15$$

Resolución:

Rpta. $m = -3$

4. Resolver:

$$7^{a^2-6} + 7^{a^2-7} + 7^{a^2-8} + 7^{a^2-9} = 400$$

Resolución:

Rpta. $a = \pm 3$

5. Resolver:

$$x^{x^{110}} = {}^{10}\sqrt[10]{10}$$

Resolución:

Rpta. $x = {}^{100}\sqrt[10]{10}$

6. Hallar "m" si se cumple:

$$\frac{27^{m+\frac{7}{3}}}{9^{2-m}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

Resolución:

Rpta. $m = -\frac{2}{3}$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Hallar el valor de "x" en: $X^{x^5} = \sqrt[5]{4}$

- a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[5]{2}$ c) $\sqrt[5]{3}$
d) 1 e) N.A.

2. De la ecuación:

$$x^{x^7} = 27^{729}$$

El valor de "x" es:

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.A.

3. Resolver:

$$3 \cdot 125^{x-2} = 625^{x+1}$$

- a) 3 b) 6 c) 18
d) 21 e) N.A.

4. Resolver:

$$\left(\frac{x}{2} - 7\right)^{\left(\frac{x}{2} - 7\right)} = 256$$

- a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) N.A.

5. Resolver:

$$\sqrt[9]{x^{18\sqrt{x}}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

- a) 16 b) 16^{18} c) 6^8
d) 16^{-18} e) N.A.

6. Hallar "x" en:

$$2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 112$$

- a) 2 b) 4 c) 7
d) 8 e) 5

7. Hallar "x", si se cumple:

$$x^{x^2} = 2^{\sqrt[2]{2}\sqrt{2}}$$

- a) $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[4]{4}$ c) 2
d) 1 e) N.A.

8. Hallar x^x , si se cumple:

$$x^{-x^{1-x}} = 3^{18}$$

- a) 1/3 b) 1/6 c) 1/9
d) 1/27 e) N.A.

9. Hallar "a" si se cumple:

$$a^{a^{\sqrt{6}}} = \sqrt{6}$$

- a) $2^{\sqrt[3]{3}\sqrt{3}}$ b) $2^{\sqrt[6]{6}\sqrt{6}}$ c) 1
d) 0 e) N.A.

10. Hallar "m", si se cumple: $27^{9^{3+x}} = \sqrt[3]{3}$

- a) -1 b) -3 c) -7
d) -4 e) N.A.