CUATRO OPERACIONES EN Z

Los pueblos antiguos, para indicar sus operaciones, emplearon generalmente las palabras correspondientes, sin embargo se fueron dando cuenta que el empleo de símbolos (signos) para indicar las operaciones, se hacía cada vez más apremiante.
Los signos + y – posiblemente fueron utilizados por los comerciantes, como simples marcas indicativas del exceso (+) o falta (-) de peso en las mercaderías que recibían. También pudiera ser que, como en los países latinos las palabras MÁS y MENOS, como indicativos de la adición y la sustracción, están dadas por las palabras PLUS y MINUS (de las que generalmente se usaban las iniciales P y M)los signos + y – podrían provenir de la deformación de dichas letras.
Se cree que el alemán Widman en 1489, al publicar un libro de aritmética, fue el primero en utilizar los signos + y – para indicar el exceso y el déficit, que después serían los signos de las operaciones de adición y sustracción.

LA ADICIÓN

Es una operación binaria, donde dados dos elementos A y B llamados sumandos, se le hace corresponder un tercer elemento S llamado suma:

A + B = S

Donde: A y B son sumandos
S es suma total

EJEMPLO 1
Efectuar 23 756 + 85 419

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} \mathbf{23\,756} + \\ \underline{\mathbf{85\,419}} \\ 109\,175 \end{array}$$

EJEMPLO 2
Efectuar $3735_8 + 4257_8$

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} \mathbf{3\,735_8} + \\ \underline{\mathbf{4\,257_8}} \\ \mathbf{10\,214_8} \end{array}$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN EN Z

- **CLAUSURATIVA**

Si $a \in Z \wedge b \in Z \Rightarrow (a + b) \in Z$

- **CONMUTATIVA**

Si $a \in Z \wedge b \in Z \Rightarrow a + b = b + a$

- **ASOCIATIVA**

Si $a, b, c \in Z \Rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$

- **ELEMENTO NEUTRO**

Si $a \in Z \Rightarrow \exists!\ 0 / a + 0 = 0 + a = a$

- **DE MONOTONÍA**

Si $a, b, c \in Z$

$a = b \Rightarrow a + c = b + c$

$a > b \Rightarrow a + c > b + c$

$a < b \Rightarrow a + c < b + c$

- **CANCELATIVA**

Si $a, b, c \in Z$

$a + c = b + c \Rightarrow a = b$

$a + c > b + c \Rightarrow a > b$

$a + c < b + c \Rightarrow a < b$

CUATRO OPERACIONES – LA ADICIÓN

SUMAS DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA (S)

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n$$

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

$$S = \frac{t_1 + t_n}{2} \cdot n$$

Donde:

t_1 es el primer término

t_n es el último término

t_0 es el término anterior al primero

r es la razón

n es el número de

EJEMPLO 3

Hallar la suma de: $S = 20 + 25 + 30 + \dots + 300$

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$$n = \frac{t_n - t_0}{r} = \frac{300 - 15}{5} = \frac{285}{5} = \mathbf{57}$$

- **Hallando S**

$$\frac{t_1 + t_n}{} \qquad \frac{20 + 300}{}$$

$S = \dfrac{}{2} \cdot n = \dfrac{}{2} \cdot 57 = \mathbf{9\ 120}$

SUMAS NOTABLES

- **SUMA DE LOS n NÚMEROS NATURALES**

$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

EJEMPLO 4

Hallar la suma de: $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 50$

RESOLUCIÓN

- **Por la suma de los 50 primeros naturales:**

$S_{50} = \dfrac{50(50+1)}{2} = \mathbf{1\ 275}$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMEROS PARES**

$S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 2n$

$$S_n = n(n+1)$$

EJEMPLO 5

Hallar la suma de: $S = 2 + 4 + 6 + \ldots + 50$

RESOLUCIÓN

- **Por la suma de los 25 primeros números pares:**

$S_{25} = 25(25+1) = \mathbf{650}$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMEROS IMPARES**

$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n-1)$

$$S_n = n^2$$

EJEMPLO 6

Hallar la suma de: $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 49$

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$49 = 2n-1 \Rightarrow \mathbf{n} = 25$

- **Hallando la suma de los 25 primeros impares**

$S_{25} = 25^2 = \mathbf{625}$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS CUADRADOS PERFECTOS**

$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + n^2$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

EJEMPLO 7

Hallar la suma de: $S = 1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 100$

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$S_{10} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + 10^2 \Rightarrow \mathbf{n} = 10$

- **Hallando la suma de los 10 primeros cuadrados**

$S_{10} = \dfrac{10(11)(21)}{6} = \mathbf{385}$

ARITMETICA

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS CUBOS PERFECTOS**

$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + n^3$

$$S_n = \left[\frac{n\,(n+1)}{2}\right]^2$$

EJEMPLO 8

Halla la suma de: S = 1 + 8 + 27 + 64 + … + 1000

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + 10^3 \Rightarrow$ **n = 10**

- **Hallando la suma de los 10 primeros cubos**

$$S_{10} = \left[\frac{10\,(10+1)}{2}\right]^2 = \mathbf{3\,025}$$

PROPÓNGO UN PROBLEMA

EJEMPLO 9

……………………………………………………………………………………………………

<u>RESOLUCIÓN</u>

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. **Si a + b+ c+ d = 23. Calcule:** $\overline{abcd} + \overline{badc} + \overline{cdab} + \overline{dcba}$
2. **Si a + b+ c = 12. Calcule:** $\overline{b2a}_{(7)} + \overline{c3b}_{(7)} + \overline{a1c}_{(7)}$
3. **Una persona debe ahorrar el primer día S/.1; el segundo día S/.2; el tercer día S/.3 y así sucesivamente. Durante cuántos días debe ahorrar para tener en total S/.300**
4. **Hallar S = 2 + 4 + 6 + 8 +…100**
5. **Hallar el valor de** **S** $= \sqrt{1+3+5+7+\ldots+99}$
6. **Hallar S = 1 + 4 + 9 + 16 + … + 400**

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Un número $\overline{abc}$ de tres cifras es tal que:

   $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn3}$

   Si se sabe que la cifra de las decenas es igual a la suma de las otras dos cifras. Hallar dicho número.

   (a) 981 (d) 691
   (b) 961 (e) 891
   (c) 871

ARITMETICA

2. Halla la suma: $\overline{mnnm} + \overline{nmmn}$

   Sabiendo que: m + n = 14 (m ≠ n)

   (a) 14 555 (d) 15 545

   (b) 45 551 (e) 15 554

   (c) 15 455

3. Calcular la suma de todos los números capicúas de 3 cifras.

   (a) 49 500 (d) 4 950

   (b) 49 650 (e) 49 000

   (c) 4 500

4. Si x + y = 12. Calcule: $\overline{xyxy} + \overline{yxyx}$

   (a) 14 332 (d) 14 323

   (b) 13 332 (e) 13 023

   (c) 12 332

5. Una persona comprará una entrada para un concierto. Se decide comprar la entrada popular sobre la preferencial ahorrando así 8 soles. Si los precios de ambas entradas suman 20 soles ¿Cuánto pago dicha persona?

   (a) S/.8 (d) S/.5

   (b) S/.7 (e) S/.4

   (c) S/.6

6. Hallar S = 1 + 2 + 3 + 4 +…200
7. Hallar S = 2 + 4 + 6 + 8 +…200
8. Hallar S = 1 + 3 + 5 + 7 +…199
9. Hallar S = 1 + 4 + 9 + 16 + … + 900
10. Hallar S = 1 + 8 + 27 + 64 + … + 1 000