



CUATRO OPERACIONES

LA ADICIÓN

Es una operación binaria, donde dados dos elementos A y B llamados sumandos, se le hace corresponder un tercer elemento S llamado suma:

$$A + B = S$$

Donde: A y B son sumandos
S es suma total

PROPIEDADES

- **CLAUSURATIVA** Si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) \in \mathbb{Z}$
- **CONMUTATIVA** Si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b = b + a$
- **ASOCIATIVA** Si $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$
- **ELEMENTO NEUTRO** Si $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists! 0 / a + 0 = 0 + a = a$
- **DE MONOTONÍA**

Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

- **CANCELATIVA**

Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$$a + c = b + c \Rightarrow a = b$$

$$a + c > b + c \Rightarrow a > b$$

$$a + c < b + c \Rightarrow a < b$$

SUMAS DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA (S)

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n$$

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

$$S = \frac{t_1 + t_n}{2} \cdot n$$

EJEMPLO 1

Hallar la suma de: $S = 20 + 26 + 32 + \dots + 200$

- Hallando n

$$n = \frac{t_n - t_0}{r} = \frac{200 - 14}{6} = \frac{186}{6} = 31$$

- Hallando S

$$S = \frac{t_1 + t_n}{2} \cdot n = \frac{200 + 20}{2} \cdot 31 = 3410$$

SUMAS NOTABLES

• SUMA DE LOS n NÚMEROS NATURALES

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

EJEMPLO 2

Hallar la suma de: $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 40$

- Por suma de los 40 primeros naturales:

$$S_{40} = \frac{40(40+1)}{2} = 820$$

• SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$$

$$S_n = n(n+1)$$

EJEMPLO 3

Hallar la suma de: $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 40$

- Por suma de los 40 primeros naturales:

$$S_{20} = 20(20+1) = 420$$

SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMERO IMPARES

$$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$$

$$S_n = n^2$$

EJEMPLO 4

Hallar la suma de: $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 47$

Hallando n

$$47 = 2n-1 \Rightarrow n = 24$$

- Hallando la suma de los 24 primeros impares

$$S_{24} = 24^2 = 576$$

• SUMA DE LOS n PRIMEROS CUADRADOS PERFECTOS

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

EJEMPLO 5

Hallar la suma de: $S = 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 400$

- Hallando n $S_{20} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20^2 \Rightarrow n = 20$

- Hallando la suma de los 20 primeros cuadrados

$$S_{20} = \frac{20(21)(41)}{6} = 2870$$

• SUMA DE LOS n PRIMEROS CUBOS PERFECTOS

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3$$

$$S_n = \frac{n(n+1)^2}{2}$$

EJEMPLO 6

Hallar la suma de: $S = 1 + 8 + 27 + 64 + \dots + 8000$

- Hallando n $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 20^3 \Rightarrow n = 20$
- Hallando la suma de los 20 primeros cubos

$$S_{20} = \frac{20(21)}{2} = 44100$$

SUSTRACION

Es una operación binaria, donde dados dos elementos M (minuyendo) y S (sustraendo), se hace corresponder un tercer elemento D (resta o diferencia).

$$M - S = D$$

PROPIEDAD

Si:

$$abc_n - cba_n = xyz_n; a > c$$

Se cumple que:

- $y = n-1$
- $x+z = n-1$

EJEMPLO 7

Hallar la diferencia de: $461_8 - 164_8$

$$\begin{array}{r} 461_8 \\ - 164_8 \\ \hline 275_8 \end{array}$$

COMPLEMENTO ARITMÉTICO (CA)

Es lo que le falta a un número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior de su cifra de mayor orden.

Sea N un número de K cifras.

$$CA(N) = 10^k - N$$

EJEMPLO 8

Hallar el Complemento Aritmético de:

- $CA(6) = 10 - 6 = 4$
- $CA(24) = 10^2 - 24 = 100 - 24 = 76$
- $CA(315) = 10^3 - 315 = 1000 - 315 = 685$
- $CA(\overline{ab}) = 10^2 - \overline{ab} = 100 - \overline{ab}$
- $CA(42_7) = 10^2_7 - 42_7 = 100_7 - 42_7 = 25_7$
- $CA(352_8) = 10^3_8 - 352_8 = 1000_8 - 352_8 = 426_8$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Si: $a + b + c + d = 23$, calcule:

$$S = \overline{abcd} + \overline{badc} + \overline{cdab} + \overline{dcba}$$

- a) 25 550 b) 25 551 c) 25 552
d) 25 553 e) N.A.

2. Calcula la suma de todos los números de dos cifras del sistema decimal

- a) 4900 b) 4905 c) 4910
d) 4915 e) 10₂₅

3. Si $a+b+c = 12$. Calcule: $S = \overline{b2a} + \overline{a3b}_7 + \overline{a1c}_7$

- a) 1605_7 b) 1604_7 c) 1603_7
 d) 1602_7 e) N.A.

4. La suma de los términos de una sustracción es 1456. Si el sustraendo excede a la diferencia en 12; calcule la suma de cifras de la diferencia

- a) 15 b) 16 c) 17
 d) 18 e) N.A.

5. Si: $\overline{4a5}_7 - \overline{24b}_7 = \overline{1c2}_7$ Calcule $a+b+c$ máximo

- a) 160_7 b) 161_7 c) 162_7
 d) 163_7 e) N.A.

6. Calcule el complemento aritmético de:

- a) 514_7
 b) 312_5

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Halla la suma de $432_5 + 214_5 + 342_5$

- a) 2040_5 b) 2041_5 c) 2042_5
 d) 2043_5 e) N.A.

2. Halla la suma de $2563_8 + 6557_8 + 765_8$

- a) $12\ 326_8$ b) $12\ 327_8$ c) $12\ 325_8$
 d) $12\ 324_8$ e) $12\ 323_8$

3. Hallar la suma de $\overline{abba} + \overline{baab}$ para $a \neq b$, sabiendo que $a + b = 14$

- a) 14555 b) 45551 c) 15455
 d) 15545 e) 15554

4. Un número de tres cifras $\overline{abc}$ es tal que $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn3}$; sabiendo que la cifra de las decenas es igual a la suma de las otras dos cifras. Hallar dicho número

- a) 981 b) 871 c) 891
 d) 961 e) 691

5. En el sistema heptanario la suma de los términos de una sustracción es 345_7 . Halla el minuendo

- a) 154_7 b) 155_7 c) 156_7
 d) 153_7 e) N.A.

6. Si se cumple que:

$$C.A.(a\overline{b}\ c) = 4[\overline{c(b-4)a}] + 4$$

Calcula $a + b + c$

- a) 9 b) 12 c) 8
 d) 13 e) 10