



COCIENTES NOTABLES I

Cocientes Notables

Los cocientes notables son ciertos cocientes que se escriben por simple inspección, sujetándose a reglas fijas y sin realizar la división.

I. Cociente de la Diferencia de los Cuadrados de dos Monomios entre la Suma o la Diferencia de los mismos.

Se trata de los cocientes que se obtienen de las divisiones que pertenecen a estas formas:

Por tanto:

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} \quad \text{ó} \quad \frac{x^2 - y^2}{x - y}; \text{ Si efectuamos las divisiones se tiene:}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -y^2 \big| x+y \\ -x^2 \quad -xy \\ \hline -xy \quad -y^2 \\ +xy \quad +y^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -y^2 \big| x-y \\ -x^2 \quad +xy \\ \hline +xy \quad -y^2 \\ -xy \quad +y^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Por tanto:

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = x - y$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = x + y$$

- **La diferencia de los Cuadrados** de dos monomios entre la **suma** de los mismos es igual a la **diferencias** de ellos.
- **La diferencia de los Cuadrados** de dos monomios entre la **diferencia** de los mismos es igual a la **suma** de ellos.

Ejemplos: Hallar el cociente de cada una de las fracciones siguientes:

$$1. \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{x^2 - 1^2}{x + 1} = x - 1$$

$$2. \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{x^2 - 2^2}{x + 2} = x - 2$$

$$3. \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x^2 - 3^2}{x + 3} = x - 3$$

$$4. \frac{4x^2 - 25}{2x + 5} = \frac{(2x)^2 - (5)^2}{2x + 5} = 2x - 5$$

II. Cociente de la Suma o Diferencia de los Cubos de dos Monomios entre la suma o diferencia de los mismos.

Se trata de escribir por simple inspección los cocientes:

$$\frac{x^3 + y^3}{x + y} \quad \text{ó} \quad \frac{x^3 - y^3}{x - y}; \text{ Si efectuamos las divisiones se tiene:}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 \quad -y^3 \overline{) x^3 + y^3} \\
 -x^3 \quad -x^2y \\
 \hline
 -x^2y \quad +xy^2 \\
 +x^2y \quad +xy^2 \\
 \hline
 +xy^2 \quad +y^3 \\
 +xy^2 \quad -y^3 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 \quad -y^3 \overline{) x^3 - y^3} \\
 -x^3 \quad +x^2y \\
 \hline
 +x^2y \quad +xy^2 \\
 -x^2y \quad +xy^2 \\
 \hline
 +xy^2 \quad -y^3 \\
 -xy^2 \quad +y^3 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Por tanto:

$$\frac{x^3 + y^3}{x + y} = x^2 - xy + y^2$$

$$\frac{x^3 - y^3}{x - y} = x^2 + xy + y^2$$

- **La suma de los Cubos** de dos monomios entre la **suma** de los mismos es igual al cuadrado del primero, **menos** el producto del primero por el segundo **más** el cuadrado del segundo.
- **La diferencia de los cubos** de dos monomios entre la **diferencia** de los mismos es igual al cuadrado del primero **más** el producto del primero por el segundo **más** el cuadrado del segundo.

Ejemplos: Hallar el cociente de cada una de las fracciones siguientes:

$$1. \frac{x^3 + 8}{x + 2} = \frac{x^3 + 2^3}{x + 2} = x^2 - 2x + 2^2 = x^2 - 2x + 4 = x - 1$$

$$2. \frac{y^3 + 27}{y + 3} = \frac{y^3 + 3^3}{y + 3} = y^2 - 3y + 3^2 = y^2 - 3y + 9$$

$$3. \frac{8x^3 + 1}{2x + 1} = \frac{(2x)^3 + 1^3}{2x + 1} = (2x)^2 - 2x - 1 + 1^2 = 4x^2 - 2x + 1$$

$$4. \frac{z^3 - 64}{z - 4} = \frac{z^3 - 4^3}{z - 4} = z^2 + z + 4 + 4^2 = z^2 + 4z + 16$$

$$5. \frac{64x^6 - 125y^3}{4x^2 - 5y} = \frac{(4x^2)^3 - (5y)^3}{4x^2 - 5y} = (4x^2)^2 + (4x^2)(5y) + (5y)^2 = 16x^4 + 20x^2y + 25y^2$$

$$6. \frac{343x^6y^3 - 27z^3w^9}{7x^2y - 3zw^3} = \frac{(7x^2y)^3 - (3zw^3)^3}{7x^2y - 3zw^3} = (7x^2y)^2 + (7x^2y)(3zw^3)^2 = 49x^4y^2 + 21x^2yzw^3 + 9z^2w^6$$

CONSTRUYENDO**MIS CONOCIMIENTOS**

1. Halla el cociente de cada una de las fracciones siguientes:

a) $\frac{x^8y^2 - z^4}{x^4y + z^2}$

b) $\frac{100 - z^2}{10 - z}$

c) $\frac{4x^{2n+2} - 9y^{4n}}{2x^{n+1} - 3y^{2n}}$

d) $\frac{x^2 - 36}{x - 6}$

e) $\frac{(x+3)^2 - y^2}{x+3-y}$

f) $\frac{x^2 - 81}{x - 9}$

g) $\frac{64x^6 - 81z^2}{8x^3 - 9z}$

h) $\frac{1,21x^{2n} - 0,49z^{4n}}{1,1x^n + 0,7z^{2n}}$

2. Aplica la regla de los cocientes notables y halla el cociente de:

a) $\frac{x^3 + 1}{x + 1}$

b) $\frac{125 + y^3}{5 + y}$

c) $\frac{8 - x^9}{2 - x^3}$

d) $\frac{x^{12} - y^{15}}{x^4 - y^5}$

e) $\frac{27x^6 - 64y^3}{3x^2 - 4y}$

f) $\frac{729x^9 + 27y^3}{9x^3 + 3y}$

3. Teniendo en cuenta que si: $\frac{x^3 + y^3}{x + y} = x^2 - xy + y^2$ entonces $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$. Hallar el factor para que se cumpla la igualdad.

a) $x^3 - 27 = (\quad) (x^2 + 3x + 9)$

b) $125x^6 - 64 = (\quad) (25x^4 + 20x^2 + 16)$

c) $8x^3 - 27 = (2x - 3)(\quad)$

d) $512x^6 - y^3 = (\quad) (64x^4 + 8x^2y + y^2)$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Aplica la regla de los cocientes notables y halla el cociente de:

a) $\frac{z^2 - 1}{z + 1}$

b) $\frac{x^2 - 121}{x - 11}$

c) $\frac{36x^2 - 4}{6x + 2}$

d) $\frac{w^2 - 144}{w + 12}$

e) $\frac{4x^2 - 100}{2x + 10}$

f) $\frac{1 - 9z^2}{1 + 3z}$

g) $\frac{169 - 16x^2}{13 + 4x}$

h) $\frac{(x - y)^2 - 1}{x - y + 1}$

i) $\frac{9 - (2x - 1)^2}{3 - 2x + 1}$

j) $\frac{49x^4 - 9z^2}{7x^2 + 3z}$

k) $\frac{16x^6y^4 - 1}{4x^3y^2 + 1}$

l) $\frac{25x^2 - 1}{5x + 1}$

m) $\frac{49y^4 - 16}{7y^2 - 4}$

n) $\frac{81x^4 - 16y^6}{9x^2 - 4y^3}$

o) $\frac{49x^4 - 225z^4}{7x^2 + 15z^2}$

p) $\frac{\frac{4}{100}x^{6n} - \frac{25}{36}y^{4n}}{\frac{2}{10}x^{3n} + \frac{5}{6}y^{2n}}$

q) $\frac{x^{2n} - y^{2n}z^{2n}}{x^n - y^n z^n}$

r) $\frac{x^{2n+2} - 121y^{2n}}{x^{n+1} + 11y^n}$

s) $\frac{49x^{4n+2} - 36}{7x^{2n+1} + 6}$

t) $\frac{x^8z^{10} - 25z^4}{x^4z^5 - 5z^2}$

2. Aplica la regla de los cocientes notables y halla el cociente de:

a) $\frac{x^6 + 8y^3}{x^2 + 2y}$

b) $\frac{x^3 - y^6}{x - y^2}$

c) $\frac{64 + x^3}{4 + x}$

$$d) \frac{x^9 + 1}{x^3 + 1}$$

$$e) \frac{x^{12} + 27}{x^4 + 3}$$

$$f) \frac{x^6 - y^6}{x^2 - y^2}$$

$$g) \frac{8z^6 + y^9}{2z^2 + y^3}$$

$$h) \frac{216 - x^3}{6 - x}$$

$$i) \frac{64x^{3n} - 125y^3}{4x^n - 5y^n}$$

$$j) \frac{216x^{6n} + 8y^{3n}}{6x^{2n} + 2y^n}$$

$$k) \frac{729x^{9n} - 512y^{6n}}{9x^{3n} - 8y^{2n}}$$

$$l) \frac{x^6y^9 + 27w^3z^6}{x^2y^3 + 3wz^2}$$

$$m) \frac{0,027x^3 - 0,001y^6}{0,3x - 0,1y^2}$$

$$h) \frac{0,064x^9 + 0,125y^9}{0,4x^3 + 0,5y^3}$$

3. Si se cumple que: $\frac{x^3 + y^3}{x + y} = x^2 - xy + y^2$, entonces: $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$. Hallar el factor para que se cumpla la igualdad

- a) $8y^3 + 1 = (\quad) (4y^2 - 2y + 1)$
- b) $x^9 + y^3 = (\quad) (x^6 - x^3y + y^2)$
- c) $216 + x^9 = (\quad) (36 - 6x^3 + x^6)$
- d) $x^3 y^6 - 1 = (xy^2 - 1)$