



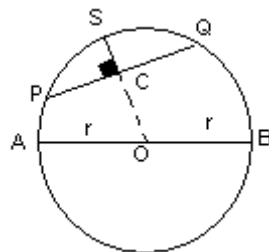
CIRCUNFERENCIA

GEOMETRIA

La circunferencia es una curva cerrada cuyos puntos están en un mismo plano y a una distancia igual de otro punto fijo llamado **centro**. La longitud de una circunferencia se calcula de la siguiente manera:

$$L = 2\pi r \text{ donde } r \text{ es el radio}$$

ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA



Radio: $OA = OB = r$
 Diámetro: $AB = d = 2r$
 Arco: PQ
 Cuerda: \overline{PQ}
 Flecha: \overline{SC}

- Centro:** Punto interior del cual equidistan todos los puntos de la circunferencia.
- Radio:** Segmento que une el centro O con un punto cualquiera de la circunferencia
- Cuerda:** Segmento que une dos puntos de la circunferencia
- Diámetro:** Cuerda que pasa por el centro. Un diámetro es igual a dos radios.
- Arco:** Porción de circunferencia comprendida entre dos puntos.

Posiciones relativas de una recta y una circunferencia

Exterior

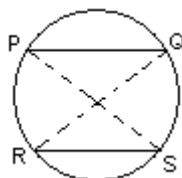
Secante

Tangente

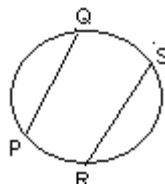
Toda recta tangente a una circunferencia es siempre perpendicular al radio en el punto de tangencia.

Cuerdas y Arcos

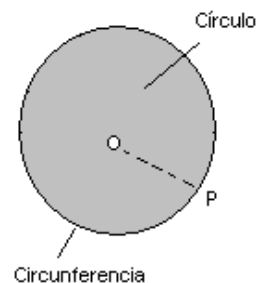
Se presentan las siguientes propiedades:

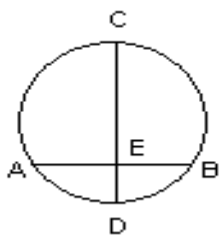


$$\overline{PQ} \cong \overline{RS} \Rightarrow PQ \cong RS$$



$$\overline{PQ} \parallel \overline{RS} \Rightarrow PR \cong QS$$

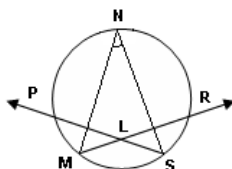




$\overline{AB} \perp \overline{CD} \Rightarrow \overline{AE} \cong \overline{EB}, AD \cong DB \text{ y } AC \cong CB$

Ejemplo:

1. Hallar la medida del arco PNR si $m\angle MLS = 3(m\angle MNS)$ y la medida del arco MS es 100° .



• Por ángulo inscrito:

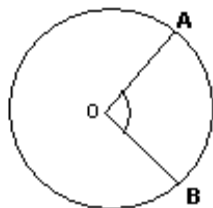
$$\alpha = \frac{1}{2} (m MS) \quad \alpha = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

Entonces: $3\alpha = 150^\circ$

Ángulos notables en la circunferencia

Los ángulos que dentro o fuera de una circunferencia están formados por secantes, tangentes, cuerdas y los mismo radios de la circunferencia. Así se tienen:

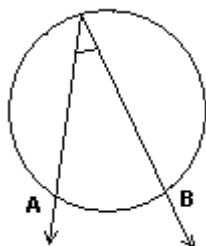
Ángulo central: Es el ángulo formado que presenta como vértice el centro de la circunferencia. Tiene por medida el arco que subtiende sus lados.



α

$$\alpha = m AB$$

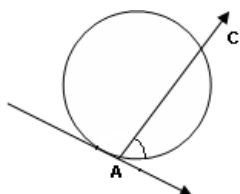
Ángulo inscrito: Es el ángulo que tiene como vértice a algún punto de la circunferencia y sus dos lados son dos secantes. La medida del ángulo es la mitad de la amplitud del arco comprendido por sus lados.



α

$$\alpha = \frac{1}{2} m AB$$

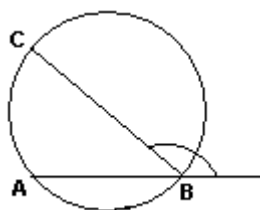
Ángulo semi-inscrito: Es el ángulo que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son uno tangente y otro secante. La medida del ángulo es la mitad de la amplitud del arco que subtiende la cuerda dentro de la circunferencia.



$$\alpha = \frac{1}{2} m AC$$

GEOMETRIA

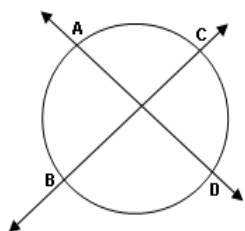
Angulo exinscrito: Es el ángulo formado por una secante y una cuerda. Tiene por medida la semisuma de las amplitudes de los arcos que subtienden a la secante y a la cuerda.



α

$$\alpha = \frac{1}{2} m \text{ ABC}$$

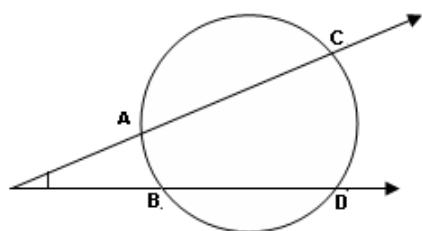
Angulo interior: Es el ángulo que tiene su vértice en un punto interior de la circunferencia. También se puede decir que es el ángulo formado por el cruce de dos cuerdas o dos secantes. Tiene por medida la semisuma de las amplitudes de los dos arcos correspondientes.



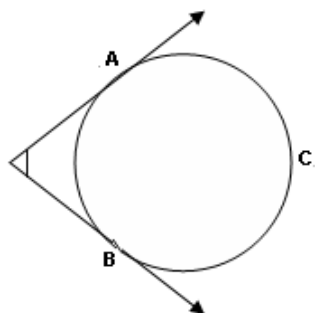
α

$$\alpha = \frac{1}{2} m \text{ AB} + \frac{1}{2} m \text{ CD}$$

Angulo exterior: Es el ángulo que tiene como vértice un punto exterior de la circunferencia y sus lados pueden ser dos secantes, dos tangentes o una secante y una tangente. Tiene por medida la semidiferencia de las amplitudes de sus correspondientes arcos.



$$\alpha = \frac{1}{2} m \text{ CD} - \frac{1}{2} m \text{ AB}$$



$$\alpha = \frac{1}{2} m \text{ ACB} - \frac{1}{2} m \text{ AB}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de 5 cm de radio?

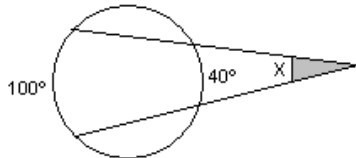
Resolución:

2. Si la longitud de una circunferencia es 20π cm ¿Cuál es el valor del radio?

Resolución:

3. Hallar "x" del gráfico adjunto:

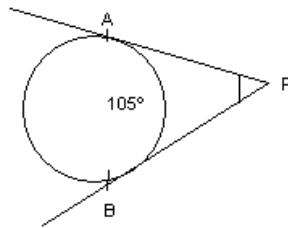
- a) 30°
b) 60°
c) 140°
d) 70°
e) N.A.



Resolución:

4. Hallar θ si A y B son puntos de tangencia:

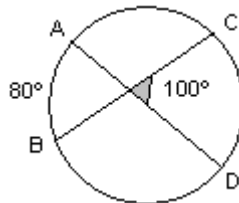
- a) 60°
b) 75°
c) 180°
d) 105°
e) N.A.



Resolución:

5. Calcule " θ " del gráfico mostrado si $AD = 120^\circ$

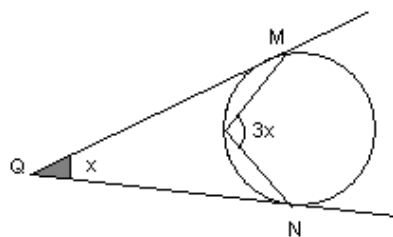
- a) 50°
b) 40°
c) 120°
d) 90°
e) 130°



Resolución:

6. En la figura, hallar "x":

- a) 36°
b) 40°
c) 45°
d) 48°
e) 52°

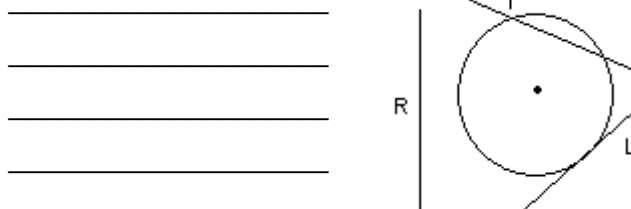


Resolución

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

Observa la circunferencia y las tres rectas que se han trazado y responde:

1. ¿Cuál de estas rectas es exterior a la circunferencia? ¿Por qué?

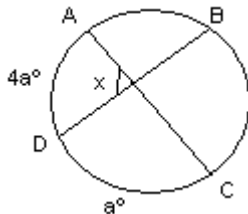


2. ¿Cuál de estas rectas es secante a la circunferencia? ¿Por qué ?

3. ¿Cuál de estas rectas es tangente a la circunferencia? ¿Por qué?

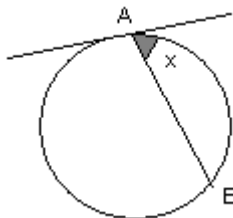
4. En el gráfico, hallar "x":

- A) 126°
- B) 130°
- C) 132°
- D) 140°
- E) 142°



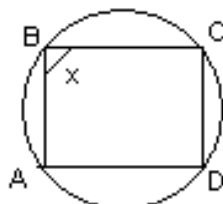
5. En la figura, si $AB = 32$. Hallar "x":

- A) 16°
- B) 19°
- C) 30°
- D) 32°
- E) 20°



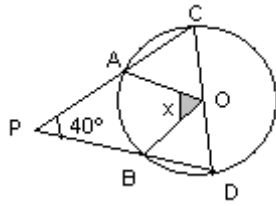
6. En la figura, hallar "x", si $AB = BC = CD$

- A) 50°
- B) 100°
- C) 120°
- D) 80°
- E) 70°



7. En la figura, hallar "x" (O es centro)

- A) 100°
- B) 110°
- C) 120°
- D) 125°
- E) 130°

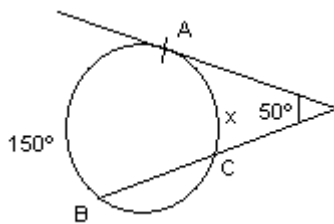


8. En un arco de circunferencia AB donde \overline{AB} es diámetro, se tiene que su $m \angle CAB = 20^\circ$, calcular medida del arco BC

- A) 45°
- B) 55°
- C) 60°
- D) 75°
- E) 85°

9. En la siguiente figura, \overline{AE} es tangente. Hallar $m \angle BC$.

- A) 40°
- B) 45°
- C) 50°
- D) 55°
- E) 60°



10. Si $QS = SR$. Hallar $\angle QRS$.

- A) 15°
- B) 18°
- C) 30°
- D) 25°
- E) 27°

