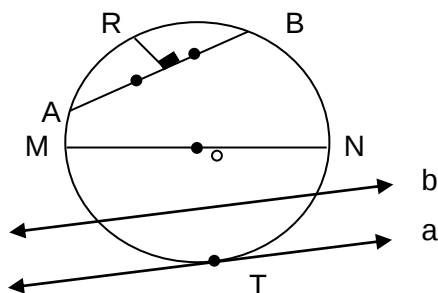




CIRCUNFERENCIA I

Indicador:

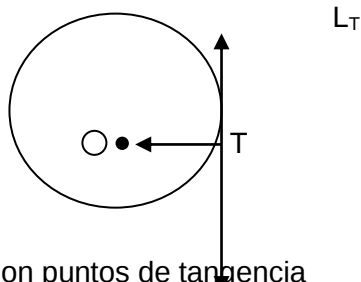
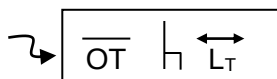
- Reconoce los elementos y propiedades de una circunferencia adecuadamente.
- Resuelve problemas utilizando propiedades de la circunferencia correctamente.



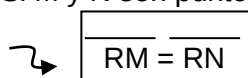
ELEMENTO	❖ CENTRO	: "O"
	❖ RADIO	— : ON
	❖ DIÁMETRO	— : MN
	❖ CUERDA	— : AB
	❖ ARCO	— : NB
	❖ FLECHA O SAGITA	: RS
	❖ SECANTE	: b
	❖ TANGENTE	: a
	❖ PUNTO DE TANGENCIA:	T

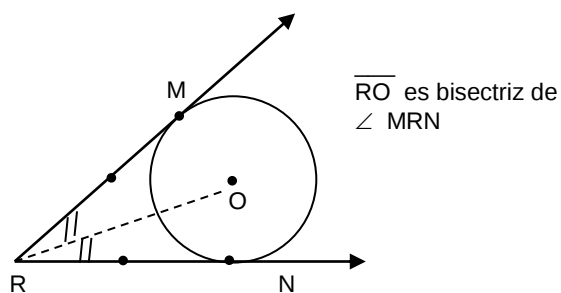
PROPIEDADES GENERALES

1. Si "T" es punto de tangencia

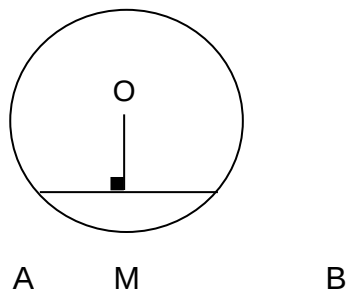


2. Si M y N son puntos de tangencia

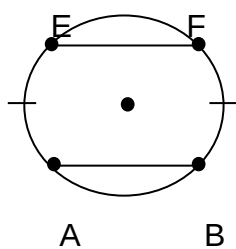




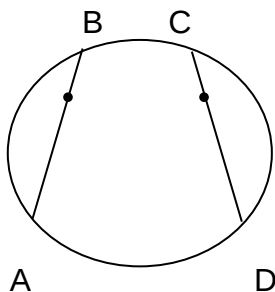
3. Si $\overline{OM} \perp \overline{AB}$; $\rightarrow \boxed{\overline{AM} = \overline{MB}}$



4. Si: $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$
 $\rightarrow \boxed{\widehat{AE} \cong \widehat{FB}}$

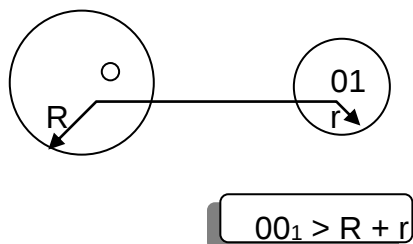


5. Si: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ $\rightarrow \boxed{\overline{AB} = \overline{CD}}$

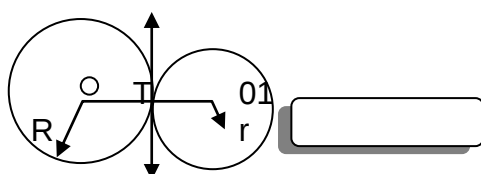


POSICIONES RELATIVAS DE DOS CIRCUNFERENCIAS

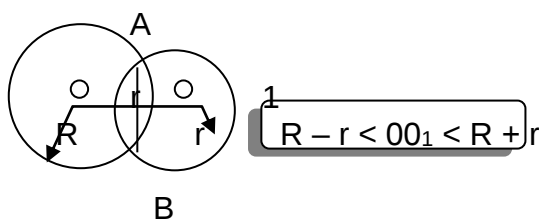
A. CIRCUNFERENCIA EXTERIORES



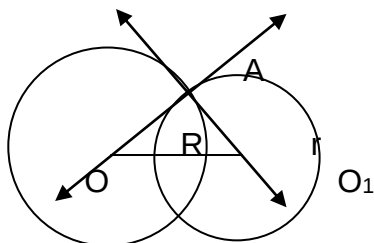
B. CIRCUNFERENCIAS TANGENTES EXTERIORES



C. CIRCUNFERENCIAS SECANTES

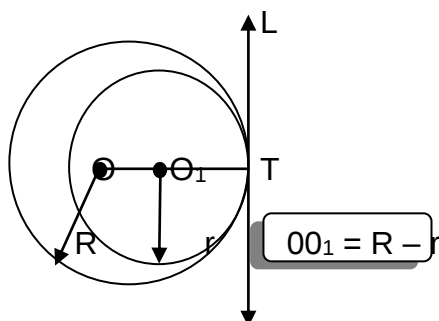


NOTA: Un caso particular de las circunferencias secantes son las circunferencias ortogonales.

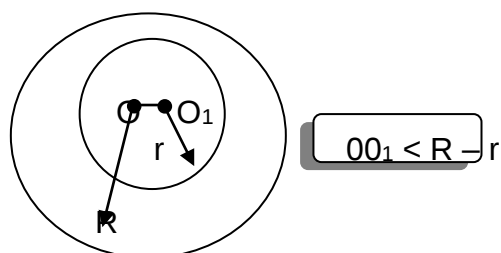


$$OO_1 = \sqrt{R^2 + r^2}$$

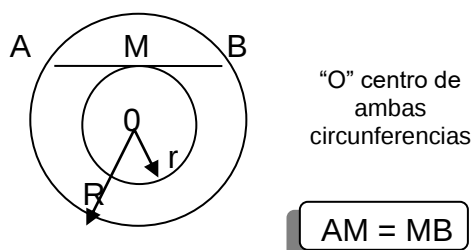
D. CIRCUNFERENCIAS TANGENTES INTERIORES



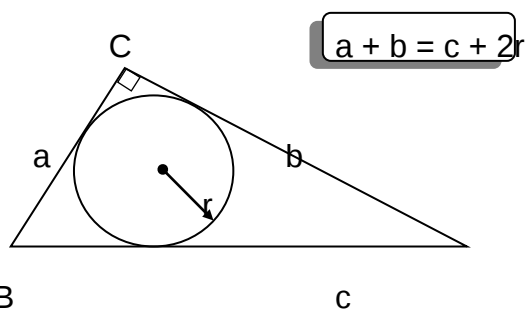
E. CIRCUNFERENCIAS INTERIORES



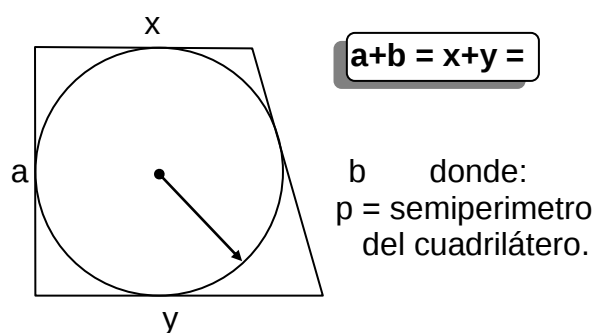
F. CIRCUNFERENCIAS CONCENTRICAS



TEOREMA DE PONCELET

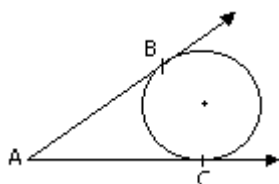


TEOREMA DE PITOT



EJEMPLOS

1. La figura muestra a las tangentes $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ que miden $(x + 2)$ cm y $(2x - 6)$ cm. Calcular $AB + BC$.



Resolución : Propiedad se tiene:

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\Rightarrow x + 2 = 2x - 6 \Rightarrow$$

$$8 = x$$

$$\Rightarrow AB + BC = 8 + 2 + 2(8) - 6$$

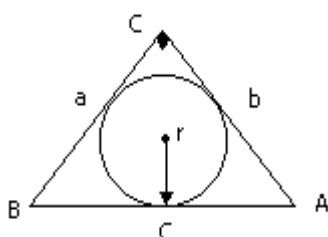
$$= 10 + 16 - 6 : 20 \text{ cm}$$

2. Indicar con falso o verdadero, según corresponda.

- El radio es perpendicular a la tangente que el punto de tangencia. (V)
- La circunferencia inscrita a un triángulo es tangente a los 3 lados. (V)
- El diámetro de una circunferencia es igual a cuatro radios. (F)

3. Se tiene un triángulo rectángulo en el cual la diferencia entre el semiperímetro y la hipotenusa es igual a 4. Hallar el radio de la circunferencia inscrita en dicho triángulo.

Resolución :



Teorema de Poncelet

$$a + b = 2r + c$$

$$2r = a + b - c$$

*

$$\frac{a+b+c}{2} \quad \text{C} = 4$$

$$\frac{a+b+c-2c}{2} = 4$$

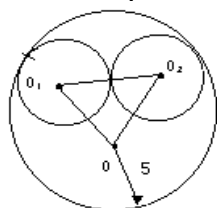
$$\frac{a+b-c}{2} = 8 - \textcircled{1}$$

En *

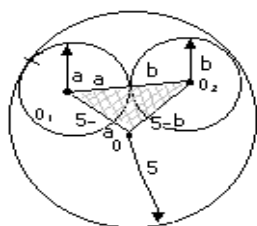
$$2r = 8$$

$$r = 4$$

4. Hallar el perímetro del triángulo $00_1 0_2$



Resolución :



$$00_1 = 5 - a$$

$$0_1 0_2 = a + b$$

$$0 0_2 = 5 - b$$

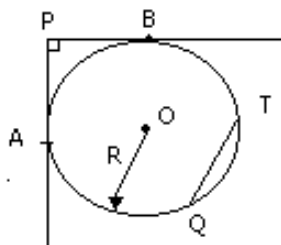
$$\text{Perímetro } 00_1 0_2 = \cancel{5} - \cancel{a} + a + b + \cancel{5} - \cancel{b}$$

$$= 10$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Dada la figura siguiente, donde A y B son puntos de tangencia calcular PA, si se cumple que:

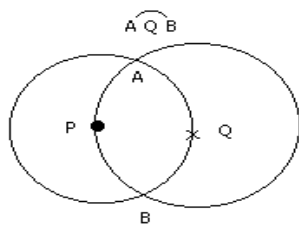


$$\widehat{TQ} = 60^\circ \text{ Y } \overline{OQ} = 3$$

- a) 3 b) 6 c) 7 d) 5 e) 3,5

Resolución :

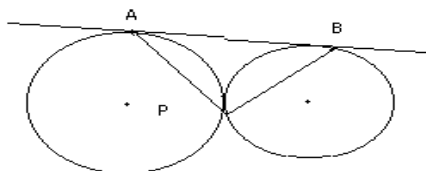
2. En la siguiente figura, las circunferencias son iguales; si P y Q son sus centros, calcular la $m \widehat{AQB}$



- a) 100° b) 120° c) 130°
d) 140° e) 150°

Resolución :

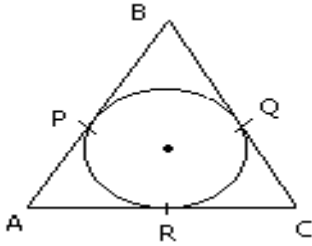
3. Si A, P y B son puntos de tangencia, calcula la $m \angle APB$



- a) 45° b) 65° c) 75°
d) 80° e) 90°

Resolución :

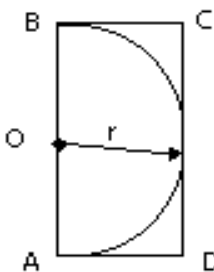
4. Si P, Q y R son fuentes de tangencia, donde $AB = 8$, $BC = 6$ y $AC = 4$, calcular AP.



- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Resolución :

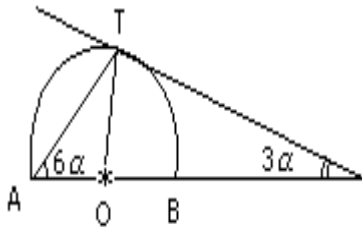
5. En la figura mostrada, hallar "r", si: $BC + AD = 12$ y $AB + CD = 20$.



- a) 2 b) 8 c) 4 d) 6 e) 10

Resolución :

6. Calcular " α ", si "O" es centro.

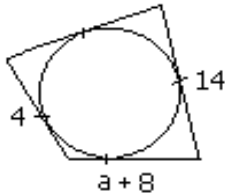


- a) 18° b) 12° c) 6°
d) 8° e) 10°

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. En la figura mostrada, hallar el valor " a ".



- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

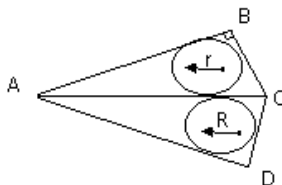
2. En un triángulo ABC, de lados $AB = 8$, $BC = 10$ y $AC = 12$. La circunferencia inscrita determina sobre $\overline{AC}$ el punto "M". Calcular "AM".

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

3. En una circunferencia de radio 13 m, se tiene una cuerda AB que mide 24 m. Hallar la sagita de $\overline{AB}$.

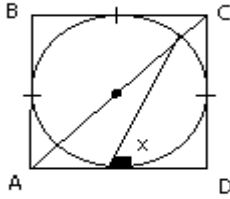
- a) 5 m b) 8 m c) 7 m
d) 6 m e) 4 m

4. En la figura mostrada, se sabe que: $AB + BC = AD$. Además, si $CD = 6$, hallar: $(R + r)$



- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

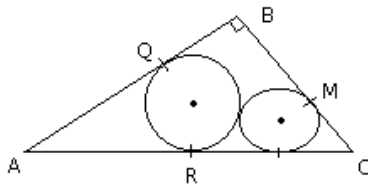
5. En el gráfico adjunto, ABCD es un cuadrado; hallar "x".



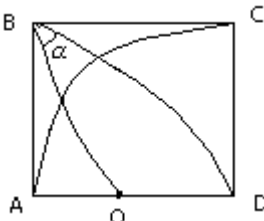
- a) 45° b) $67^\circ 30'$ c) $26^\circ 30'$
d) 23° e) 30°

6. En el triángulo ABC, calcular la longitud del radio de la circunferencia inscrita sabiendo que los segmentos $\overline{BQ}$ y $\overline{RS}$ son congruentes. Además $BM = 3$.

- a) 2 b) 3 c) 1,5 d) 2,5 e) 3,5

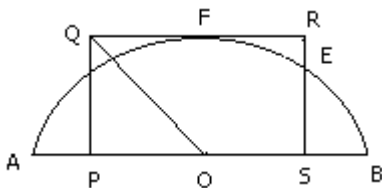


7. En la figura dada, ABCD es un cuadrado tal que $AO = OD$. Calcular " α ".



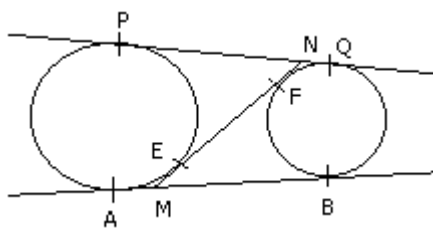
- a) 35° b) 75° c) 45°
d) $48^\circ 30'$ e) $56^\circ 30'$

8. En la figura PQRS es un cuadrado "O" es centro de la semicircunferencia y $PO = OS$; calcular: $m\angle QOE$, siendo F punto de tangencia.



- a) 53° b) $56^\circ 30'$ c) 37°
d) 45° e) $26^\circ 30'$

9. En la figura mostrada, se sabe que: $AM = 3$ y $NP = 8$. Hallar EF .



- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7
10. En un triángulo ABC , $m\angle A = 2 m\angle C$; se traza la bisectriz interior $\overline{AD}$, la circunferencia circunscrita al triángulo ABD intersecta a $\overline{AC}$ en "E", calcular EC ; si $AB = 7$.
- a) 8 b) 7 c) 9 d) 10 e) 12