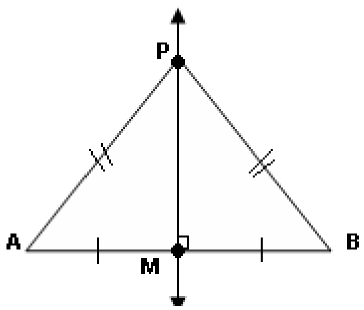
APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Propiedad de la Mediatriz.

Todo punto que pertenece a la mediatriz de un segmento, equidista de los extremos de este.



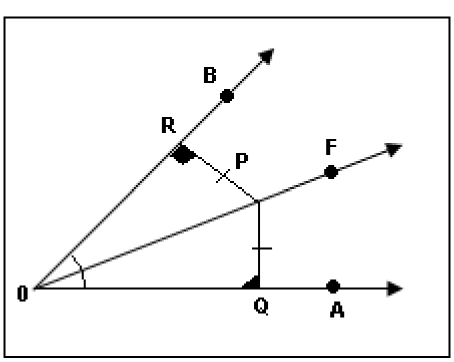
Hipótesis: $\overleftrightarrow{L}$ mediatriz de $\overline{AB}$; P $\in$ $\overleftrightarrow{L}$
Tesis: AP = PB

Demostración:

Afirmaciones	Razones
1. Trazando $\overline{AP}$ y $\overline{PB}$	1. Trazo auxiliar
2. $\overline{AM} \cong \overline{MB}$	2. Mes el punto medio de $\overline{AB}$ por definición de mediatriz.
3. PM $\cong$ PM	3. Propiedad reflexiva de congruencia de segmentos.
4. $\angle$ AMP $\cong$ $\angle$BMP	4. Por definición de mediatriz.
5. AMP $\cong$ BMP	5. Postulado L.A.L. de 2, 3 y 4.
6. $\overline{AP} \cong \overline{PB}$ AP = PB	6. Congruencia de lados homólogos de triángulos congruentes. Definición de congruencia de segmentos.

Propiedad de la Bisectriz.

Todo punto que pertenece ala bisectriz de un ángulo equidista de los lados de dicho ángulo.



Hipótesis:

$\angle$AOB, $\overrightarrow{OF}$ bisectriz del

$\angle$AOB, P $\in$ $\overrightarrow{DF}$

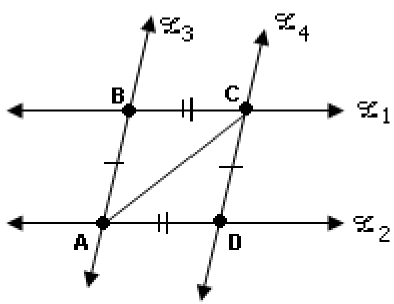
Tesis:
PQ = PR

Demostración:

Afirmaciones	Razones
1. Trazando $\overline{PR} \perp \overline{OB}$ $\overline{PQ} \perp \overline{OA}$ 2. $\angle$ AOP $\cong$ $\angle$ BOP 3. $\overline{OP} \cong \overline{OP}$ 4. PQO = PRO 5. $\overline{PQ} \cong \overline{PR}$ 6. PQ = PR	1. Trazo auxiliar 2. Definición de bisectriz de un ángulo. 3. Propiedad reflexiva de congruencia de segmentos. 4. Caso H-A de congruencia de triángulos rectángulos 5. Congruencia de lados homólogos de triángulos congruentes 6. Definición de congruencia de segmentos.

<u>Teorema de los Segmentos de Rectas Paralelas</u>.

Los segmentos de paralelas comprendidos entre rectas paralelas son congruentes.



Hipótesis: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ $\overleftrightarrow{L_3} \parallel \overleftrightarrow{L_4}$

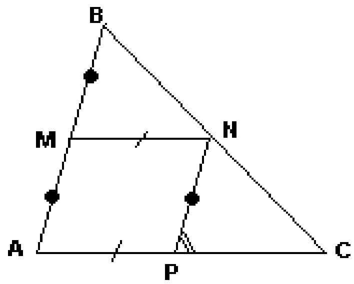
Tesis: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$

Demostración:

Afirmaciones	Razones
1. Trazando $\overline{AC}$ 2. $\angle$CAD $\cong$ $\angle$ACB $\angle$ACD $\cong$ $\angle$BAC 3. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ 4. Δ ABC $\cong$ Δ CDA 5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ $\overline{AD} \cong \overline{BC}$	1. Trazo auxiliar 2. Ángulos alternos internos entre paralelas. 3. Propiedad reflexiva de congruencia de segmentos. 4. Postulado A.L.A. 5. Congruencia de lados homólogos.

<u>Teorema de los Puntos Medios</u>.

Si por el punto medio de un lado de cualquier triángulo se traza una recta paralela a un segundo lado, dicha recta corta en su punto medio al tercer lado, y la longitud del segmento que le determina es igual a la mitad de la longitud del lado al cual es paralela.



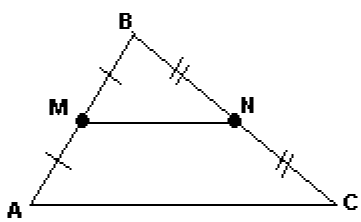
Hipótesis:
Δ ABC, M punto medio de
$\overline{AB}$, $\overline{MN}$ // $\overline{AC}$

Tesis:
N punto medio de $\overline{BC}$

$\boxed{MN = \frac{AC}{2}}$

Teorema Recíproco.

Si se unen los puntos medios de dos lados de un triángulo cualquiera, este segmento es paralelo al tercer lado y mide la mitad de la longitud del tercer lado.



$\overline{MN}$ // $\overline{AC}$

$\Rightarrow \boxed{MN = \frac{AC}{2}}$

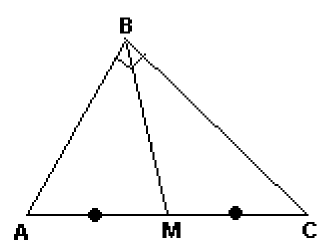
$\overline{MN}$ es base media

Teorema de la Mediana Relativa ala Hipotenusa.

En todo triángulo rectángulo la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa es igual a la mitad de la hipotenusa.
En la figura, $\overline{BM}$ es la mediana relativa a la hipotenusa del ABC

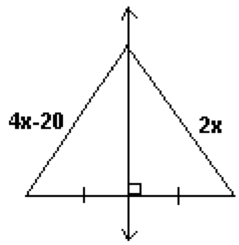
Además: BM = AM = MC
m $\angle$ AMB = 2 m $\angle$C

$\Rightarrow \boxed{BM = \frac{AC}{2}}$



EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Hallar X en la figura:

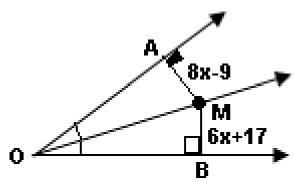


Resolución

Aplicando la propiedad de la mediatriz:

$$4x - 20 = 2x$$
$$4x - 2x = 20$$
$$2x = 20$$
$$x = 10$$

2. Determina el valor de X en la figura:

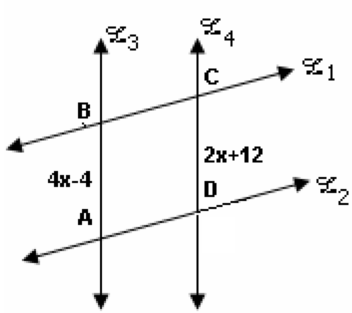


Resolución

Aplicando propiedad de la bisectriz donde
AM = MB

$$8x - 9 = 6x + 17$$
$$2x = 26$$
$$x = 13$$

3. Calcula el valor de x en la figura mostrada.



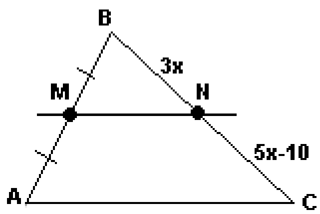
Resolución.

Aplicando el teorema de segmentos de rectas paralelas.
Donde: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

Entonces:

$$4x - 4 = 2x + 12$$
$$4X - 2x = 12 + 4$$
$$2x = 16$$
$$x = 8$$

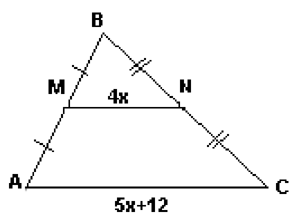
4. Determina el valor de x en l triángulo:



<u>Resolución</u>:

$$3x = 5x - 10$$
$$10 = 5x - 3x$$
$$10 = 2x$$
$$x = 5$$

5. Determina el valor de x en el gráfico



<u>Resolución</u>:

$$MN = \frac{AC}{2}$$

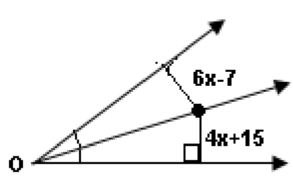
$$4x = \frac{5X + 12}{2}$$

$$8x = 5X + 12$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

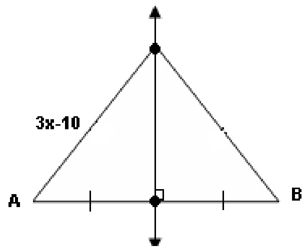
CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

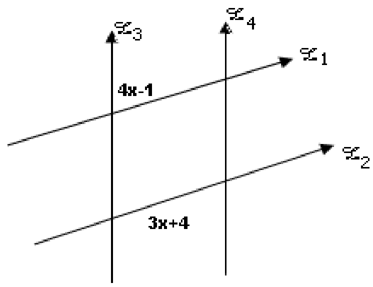
1. Determina el valor de x en la figura:



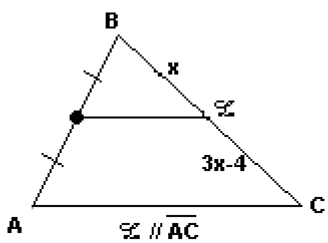
2. Determina el valor de x en la figura:



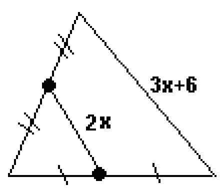
3. Determina el valor de x en la figura:



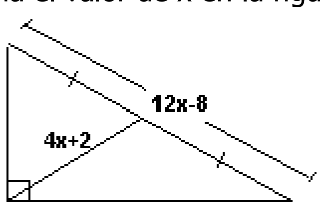
4. Determina el valor de x en la gráfica:



5. Determina el valor de x en la figura:



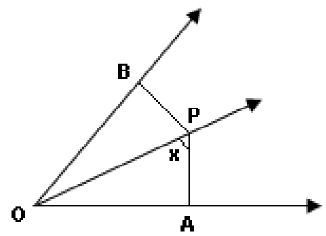
6. Determina el valor de x en la figura:



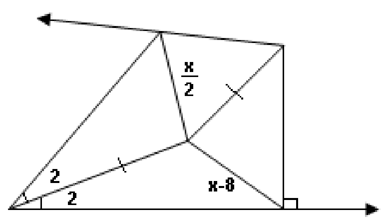
REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

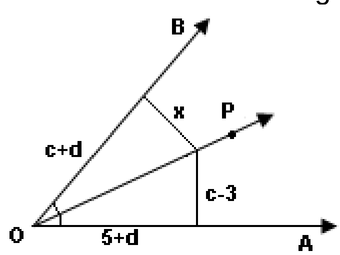
1. En el gráfico, $\overline{OP}$ es bisectriz del $\angle$ AOB. Si m $\angle$AOB = 70°. Hallar el valor de X.



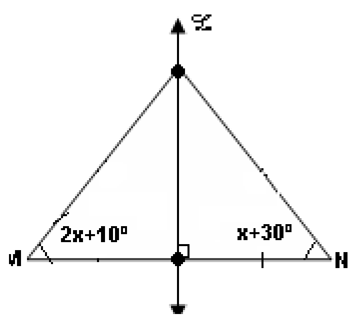
2. Determina el valor de X en la figura:



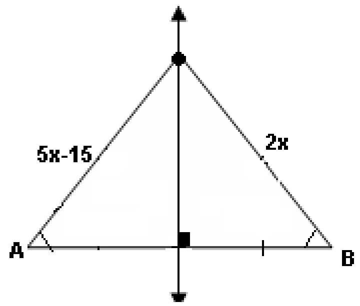
3. Hallar el valor de X en la figura.



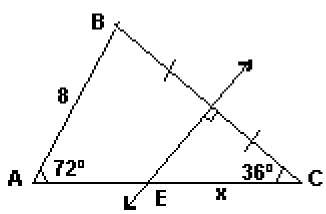
4. La recta L es la mediatriz del segmento MN. Calcular X.



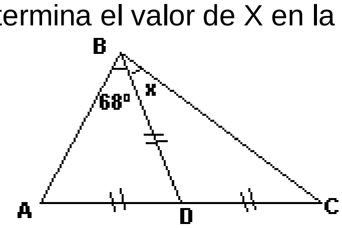
5. Determinar el valor de X en la figura



6. Determinar el valor de X en la figura



7. Determina el valor de X en la figura:



8. Dado el triángulo ABC, trazamos la mediana $\overline{AM}$ (M $\in$ $\overline{BC}$), luego $\overline{CP}$, donde P es punto medio de $\overline{AM}$; y $\overline{MN}$ // $\overline{PC}$ (N $\in$ $\overline{AB}$). Si PC es igual a 15 cm, determina MN.

9. Dado el triángulo ABC, donde $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ (D $\in$ $\overline{AB}$), $\overline{DE}$ y $\overline{DF}$ son medianas de los triángulos ADC y CDB con respecto a las hipotenusas, respectivamente. Determina el perímetro del triángulo ABC. Si DE = 2 cm, DF = 4 cm, EF = 5 cm.

10. El ángulo exterior B de un triángulo ABC mide 68°. Las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ intersecan a $\overline{AC}$ en los puntos E y F, respectivamente. Determina la medida del ángulo EBF.