



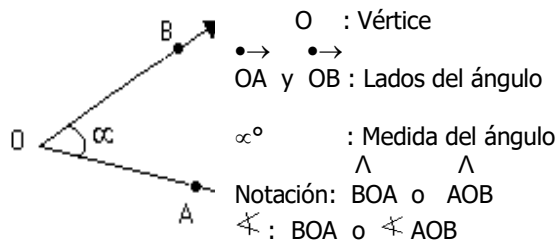
ÁNGULOS I

Un piloto verificó el rumbo de un avión (las líneas señalaban el rumbo del avión que es el ángulo entre la dirección norte y la trayectoria del avión). Después cambió el rumbo como muestra la figura 2 ¿En cuántos grados cambió el rumbo?

*¿Las paredes de una habitación forman un ángulo?
¿Podríamos medir dicho ángulo?*

POSTULADO : A cada ángulo le corresponde un número real único ente 0 y 180. llamado medida del ángulo.

ÁNGULOS : Es la figura formada por dos rayos que tienen el mismo origen.

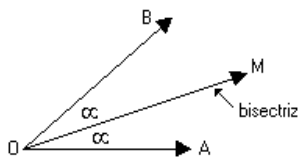


Si los lados de un angulo son dos rayos opuestos el ángulo se llama rectilíneo o llano.



Bisectriz de un ángulo

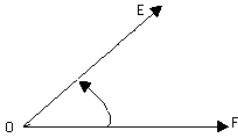
La bisectriz de un ángulo es el rayo que tiene por origen el vértice del ángulo y divide a este en dos ángulos congruentes.



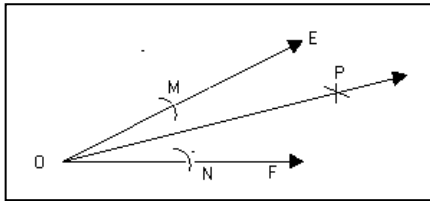
•→
 OM bisectriz de AOB
 $m\angle AOM = m\angle MOB$
 $m\angle AOM + m\angle MOB = m\angle AOB$

Se puede graficar la bisectriz de un ángulo de dos formas:

- ❖ **Usando el transportador.** Se mide el ángulo, se calcula la mitad y se traza el rayo que divide el ángulo.



- ❖ **Usando el compás.** Se hace centro en el vértice del ángulo y se traza un arco que corte los lados del ángulo (M y N). Luego, haciendo centro en M y en N se traza dos arcos que se cortan en P. Se traza la bisectriz OP.

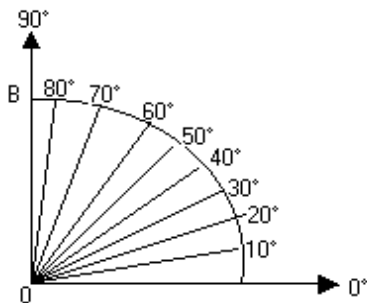


Recuerda

Las letras griegas α , β , θ , γ se usan para nombrar ángulos.

Escritura	Lectura
α	Alfa
β	Beta
γ	Gamma
	Delta
σ	Sigma
ϵ	Epsilon
θ	Theta
ω	Omega

- ❖ Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.
 $m \angle AOB = m \angle COD$
- ❖ El $\angle AOB$ está dividido en 90 ángulos iguales de 1° .
- ❖ $m \angle AOB = 90^\circ$



OPERACIONES CON ÁNGULOS

Sistema sexagesimal

El sistema sexagesimal es el conjunto de unidades y normas que se utilizan para medir amplitudes de ángulos y medidas del tiempo menores que el día.

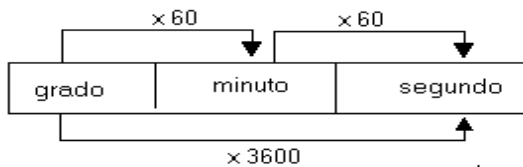
El grado (°) es la unidad principal de medida de ángulos para medir ángulos con más precisión se utilizan unidades menores que el grado: el minuto (′) y el segundo (″). Así:

Un grado es igual a 60 minutos $1^\circ = 60'$

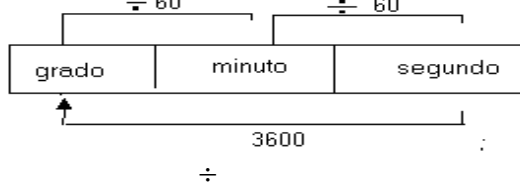
Un minuto es igual a 60 segundos $1' = 60''$

Se denomina sexagesimal porque cada unidad es 60 veces mayor que la unidad del orden inmediato inferior:

- Multiplica por 60 para convertir unidades mayores a una inmediata inferior.



- Divide entre 60 para convertir unidades menores a una inmediata superior.

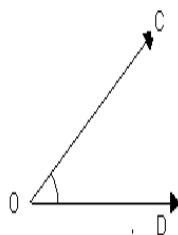
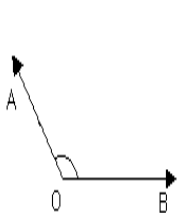


Un ejemplo de conversión en el sistema sexagesimal.

ÁNGULOS EN EXPRESIÓN DECIMAL	ÁNGULOS EN EXPRESIÓN SEXAGESIMAL
$28,5^\circ$	$28^\circ + 0,5^\circ = 28^\circ + 0,5(60') = 28^\circ 30'$
$44,25^\circ$	$44^\circ + 0,25^\circ = 44^\circ + 0,25(60') = 44^\circ 15'$
$12,10^\circ$	$12^\circ + 0,10(60') = 12^\circ 6'$
$93^\circ 26,5'$	$93^\circ 26' + 0,5' = 93^\circ + 26' + 0,5(60'') = 93^\circ 26' 30''$

DESIGUALDAD DE ÁNGULOS

Dos ángulos serán diferentes cuanto tengan distinta medida.

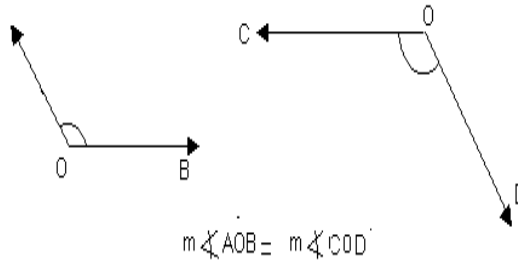


$$m \angle A O B \neq m \angle C O D$$

IGUALDAD DE ÁNGULOS

Dos ángulos son iguales cuando tienen igual medida y no necesariamente igual posición.

A



Glosario

Ángulo convexo

Aquel ángulo menor que el ángulo llano y mayor que 0° .

Ángulo cóncavo

Aquel ángulo mayor que un ángulo llano y menor que el ángulo de una vuelta.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE ÁNGULOS

Para sumar o restar medidas de ángulos se colocan los sumandos agrupados: grados con grados, minutos con minutos y segundos con segundos.

ADICION	EJEMPLO
<ul style="list-style-type: none"> • Si los segundos sobrepasan $60''$, se transforman en minutos. 	$\begin{array}{r} 30^\circ 55' 53'' + 30^\circ \\ 39' 50'' \\ 30^\circ 55' 53'' \\ + 30^\circ 39' 50'' \\ \hline 60^\circ 94' 103'' \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> • Si los minutos sobrepasan los $60''$, se transforman en grados. 	<p>A $103''$ le quito $60''$ y lo agrego a la cantidad de minutos $60^\circ 95' 43''$</p> <p>A $95'$ le quito $60'$ y lo agrego a la cantidad de grados $61^\circ 35' 43''$</p> <p>Luego:</p> $\begin{array}{r} 30^\circ 55' 53'' + 30^\circ \\ 39' 50'' = 61^\circ 35' 43'' \end{array}$

SUSTRACCIÓN	EJEMPLO
<ul style="list-style-type: none"> • Si los minutos y segundos del minuendo son menores que los minutos y segundos del sustraendo, se realizan las transformaciones para que la resta sea posible. 	$\begin{array}{r} 30^\circ 15' 3'' - 28^\circ 39' 50'' \\ \text{Se transforma el} \\ \text{minuendo:} \\ 30^\circ 15' 3'' = 29^\circ 75' 3'' \\ = 29^\circ 74' 63'' \\ \hline 29^\circ 74' 63'' \\ - 28^\circ 39' 50'' \\ \hline 1^\circ 35' 13'' \end{array}$

EJEMPLOS:

1. Convertir 35° a minutos:

Resolución:

$$\begin{array}{r} 35 \times \\ \underline{60} \\ 2100' \end{array}$$

2.- Convertir 23° a segundos

$$\begin{array}{r} 3\ 600 \times \\ \underline{23} \\ 10\ 800 \\ \underline{72\ 00} \\ 82\ 800'' \end{array}$$

3.- Expresar $3^\circ 47' 16''$ solamente en segundos

Resolución:

$$\begin{array}{r} 3\ 600 \times \\ \underline{3} \\ 10\ 800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \times \\ \underline{60} \\ 2820 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 1\ 0\ 800 + \\ 2\ 820 \\ \underline{16} \\ 1\ 3\ 636 \end{array}$$

4.- Hallar la suma de: $175^\circ 32' 40'' + 32^\circ 28' 38''$

Resolución:

$$\begin{array}{r} 175^\circ 32' 40'' + \\ \underline{32^\circ 28' 38''} \\ 207^\circ 60' 78'' \end{array}$$

$$208^\circ 1' 18''$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Convertir $10\ 392''$ en grados, minutos y segundos.

Resolución:

2. Convertir: $8^\circ 24' 30''$ en segundos.

Resolución:

3. Efectuar $78^{\circ} 62' 40'' + 12^{\circ} 34' 52''$

Resolución:

4. Efectuar: $127^{\circ} 28' 42'' - 25^{\circ} 54' 52''$.

Resolución:

5. Hallar: $5 \times 14^{\circ} 21' 15''$.

Resolución:

6. Efectuar: $180^{\circ} - 42^{\circ} 30' 24''$.

Resolución:

7. Hallar: $18^{\circ} 36' 44'' \div 4$

Resolución:

8. Reducir
($63^{\circ} 58' 45'' + 56^{\circ} 45' 53''$).

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

- ¿Cuántos minutos y segundos tiene un ángulo de 62° ?
- ¿Cuántos minutos tiene cada uno de los siguientes ángulos?
a) 72° b) $60''$
- Expresa en minutos las siguientes medidas de ángulos?
a) 2° b) 5° c) 10°
d) 20° e) 30° f) 40°
- Expresa:
a) 36° en minutos
b) $18'$ en segundos
- Expresa:
a) $1800''$ en grados
b) $3060'$ en grados
- Expresa:
a) $120''$ a minutos
b) 215° a segundos
- Efectuar:
 $88^{\circ} 72' 50'' + 14^{\circ} 44' 62''$
- Efectuar:
 $180^{\circ} - 52^{\circ} 40' 34''$
- Hallar: $12 \times 24^{\circ} 31' 25''$
- Hallar: $28^{\circ} 46' 54'' \div 6$
- Expresa:
a) $46^{\circ} 52'$ a segundos
b) $15^{\circ} 36' 36''$ a segundos
- Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

GEOMETRIA

GRADOS	MINUTOS	SEGUNDOS
15°		
23°		
120°		
135°		