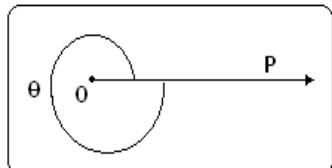




ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO IMPORTANTE

ÁNGULOS DE UNA VUELTA.-

Le llamamos así al ángulo que tiene por lado final el mismo lado inicial después de haber efectuado una rotación equivalente a una vuelta completa:

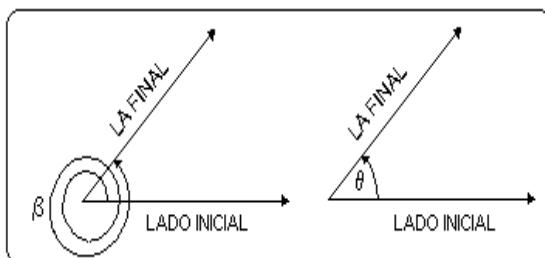


$\theta = 1$ vuelta ó 1 revolución

Fig. 2

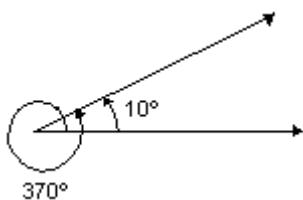
ÁNGULOS COTERMINALES.-

Dos o más ángulos reciben el nombre de cotriminales si tienen el mismo lado inicial y el mismo lado final. No importa si dichos ángulos han completado un número entero de vueltas al efectuar su rotación el rayo que hace de lado inicial.



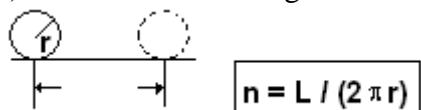
Ejemplo:

1. 10° es coterminal con 370° (Observa)

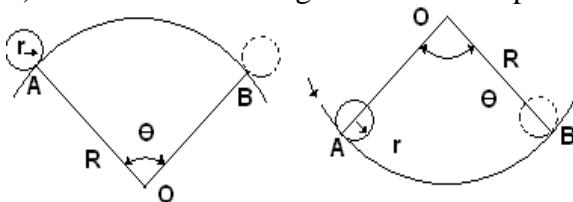


APLICACIONES:

- Cuando una rueda gira sobre una superficie plana.



- Cuando una rueda gira sobre una superficie curva.

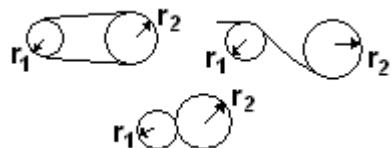


$$n = (R+r) / (2 \pi r)$$

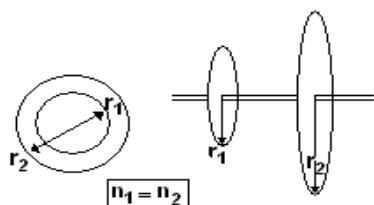
$$n = (R-r) / (2 \pi r)$$

TRIGONOMETRÍA

- c) Cuando se tienen ruedas unidas mediante una faja tangencial o en contacto.



- d) Cuando se tienen ruedas unidas por su centro.



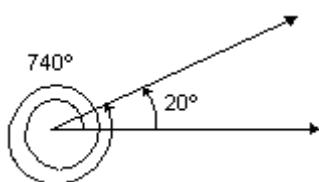
ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR

$$A_s = \frac{\ell \cdot r}{2} = \frac{\theta \cdot r^2}{2} = \frac{\ell^2}{2\theta}$$

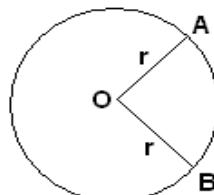
ÁREA DE UN TRAPEZIO CIRCULAR

$$A_T = \left(\frac{l_1 + l_2}{2} \right) d$$

$$\theta = \frac{l_1 - l_2}{d}$$



Arco de circunferencia:



\overline{AB} : arco AB

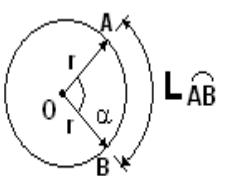
A : origen del arco AB

B : extremo del arco AB

O : centro de la circunferencia

r : radio de la circunferencia

LONGITUD DE ARCO



$$L_{AB} = \alpha \cdot r$$

" α " en radianes

$$L_{AB} = 2\pi r \cdot \alpha / 360^\circ$$

" α " en sexagesimales

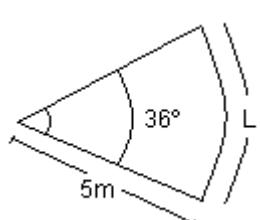
$$L_{circunf.} = 2\pi r$$

CALCULO DEL NÚMERO DE RADIANES DEL ÁNGULO CENTRAL

$$\theta = \frac{L_1 - L_2}{d}$$

Ejemplos:

1. Hallar la longitud del arco de la circunferencia:



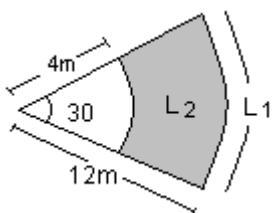
$$L = \theta \cdot R$$

TRIGONOMETRIA

$$L = 36^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) (5m)$$

$$L = \pi m$$

2. Calcular el área de la región sombreada:



$$A = \frac{\theta R^2}{2} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{L_1 + L_2}{2} \right) d$$

$$L_1 = 30^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) (12m) = 2\pi m$$

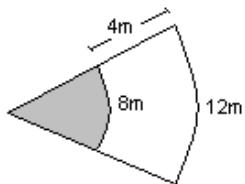
$$L_2 = 30^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) (4m) = \frac{2\pi m}{3}$$

$$\therefore A = \left(\frac{2\pi m + \frac{2\pi m}{3}}{2} \right) 8m = \left(\frac{\frac{8\pi m}{3}}{2} \right) 8m$$

$$A = \left(\frac{8\pi m}{6} \right) 8m = \frac{64\pi m^2}{6} = 10,7\pi m^2$$

★ RECUERDA QUE:
Para calcular la LONGITUD DE UN ARCO, θ debe ser reemplazado por el número de radianes sin unidades, de modo que la longitud de arco referida, resulta en las más unidades que el Radio de la Circunferencia. La misma observación debemos tener presente para el AREA DEL SECTOR CIRCULAR.

3. Hallar el área de la región sombreada:



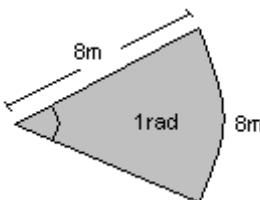
Calculamos el θ :

$$\frac{L_2 - L_1}{d}$$

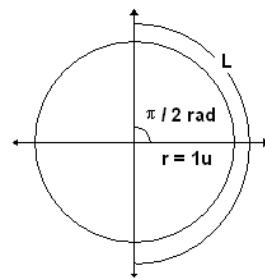
$$\theta = \frac{12m - 8m}{4m} = \frac{4m}{4m} = 1$$

$$\theta = 1 \text{ rad.} \quad \therefore$$

$$A = \frac{1(8m)^2}{2} = \frac{64m^2}{2} = 32m^2$$



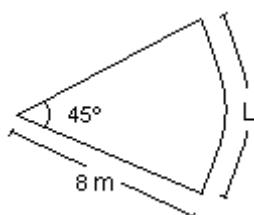
Longitud del arco de un cuadrante



$$L = \frac{\pi}{2}(1) = \frac{3,14}{2} \\ L = 1,57u$$

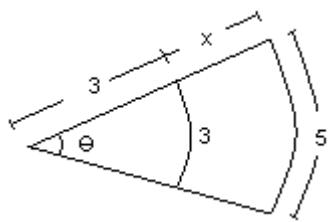
CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1- Calcular “L” en:

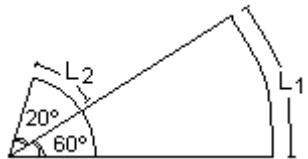


TRIGONOMETRIA

2- Calcular "x" en:

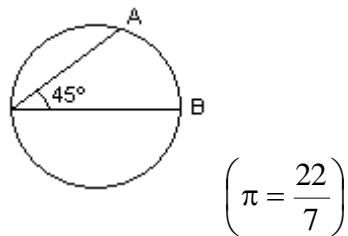


3- Calcular $L_1 + L_2$ en:

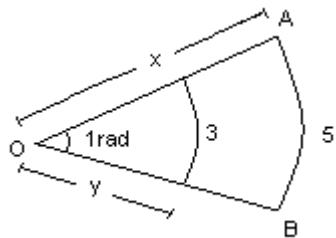


4- Calcular el diámetro de la circunferencia si:

$$L_{\overline{AB}} = 11 \text{ cm}$$

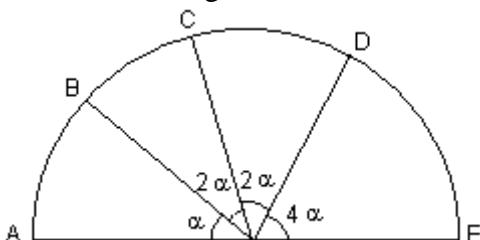


5- Calcular: $\frac{x+y}{x-y}$ en:



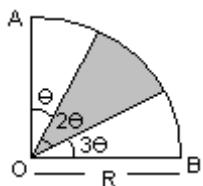
6. Hallar la longitud de un arco de un sector circular cuyo ángulo central mide 60° y el radio 12cm.

7. Hallar la longitud del arco BC si AE=20cm.



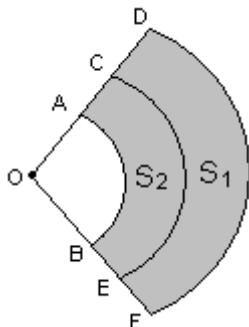
TRIGONOMETRIA

8. Hallar el área de la región sombreada si AOB es un cuadrante.



9. Calcular $S_1 - S_2$ si:

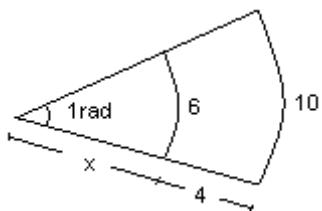
$$\begin{aligned} OB &= 2 & BE &= 1 & L_{CE} &= 3 \\ L_{DF} &= 5 \end{aligned}$$



REFORZANDO

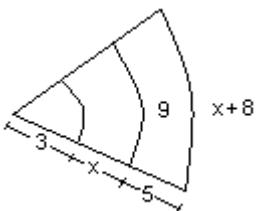
MIS CAPACIDADES

1- Hallar x en:



- a) 2 b) 4 c) 4
d) 8 e) 12

2- Hallar "x" en:



- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

TRIGONOMETRIA

3- Hallar el área de un sector circular cuyo ángulo central mide 40° y su radio mide 10m.

- a) $\frac{10}{9} \pi m^2$
- b) $\frac{9}{10} \pi m^2$
- c) $\frac{2}{3} \pi m^2$
- d) πm^2
- e) n.a

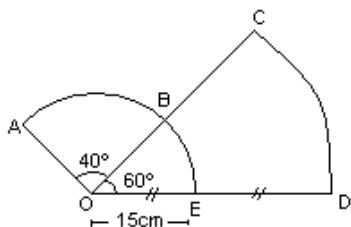
4- En un círculo de 3m de radio se traza un ángulo central de 30° ¿Qué longitud de arco subtienede dicho arco?

- a) $\frac{\pi}{3} m$
- b) $\frac{\pi}{2} m$
- c) $\frac{3\pi}{2} m$
- d) πm
- e) n.a

5- Calcular la longitud de un arco generado por un ángulo recto sobre una circunferencia de 10m de diámetro.

- a) $\frac{5\pi}{2}$ rad
- b) $5\pi m$
- c) $\frac{5\pi}{2} m$
- d) 5π rad
- e) n.a

6- Calcular: $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BE}$ en:



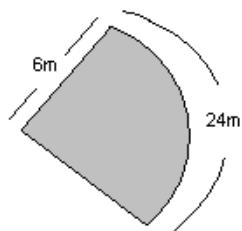
- a) $12\pi cm$
- b) $18\pi cm$
- c) $25\pi cm$
- d) $15\pi cm$
- e) $20\pi cm$

7- Si la longitud de un arco es igual a 6,28m y que el ángulo central correspondiente mide $\frac{\pi}{8}$ rad.

Hallar la medida del radio

- a) 8m
- b) 12m
- c) 14m
- d) 16m
- e) n.a

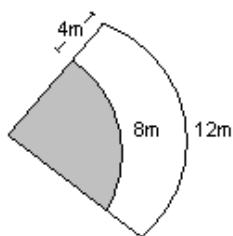
8- Hallar el área de la región sombreada:



- a) $72m^2$
- b) $70m^2$
- c) $60m^2$
- d) $80m^2$
- e) n.a

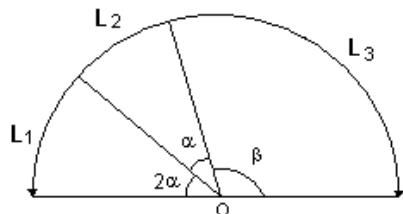
TRIGONOMETRIA

9- Hallar el área de la región sombreada:



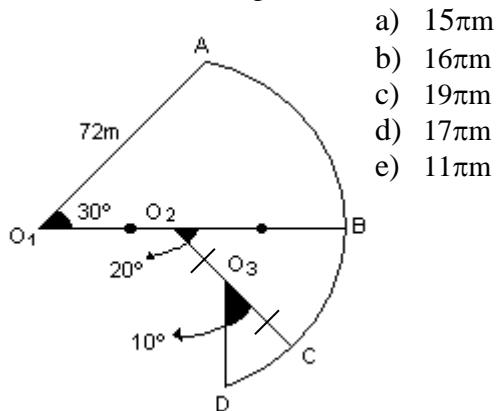
- a) 15m^2 b) 96m^2 c) 32m^2
 d) 64m^2 e) 10m^2

10- Calcular β si $L_2+L_3=3L_1$



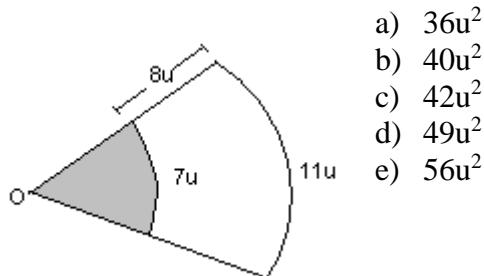
- a) $20\pi\text{cm}^2$ b) $240\pi\text{cm}^2$ c) $225\pi\text{cm}^2$
 d) $200\pi\text{cm}^2$ e) $275\pi\text{cm}^2$.

1. Calcular la longitud de la curva _____



- a) $15\pi\text{m}$
 b) $16\pi\text{m}$
 c) $19\pi\text{m}$
 d) $17\pi\text{m}$
 e) $11\pi\text{m}$

2. Hallar _____ del sector circular sombreado.



- a) 36u^2
 b) 40u^2
 c) 42u^2
 d) 49u^2
 e) 56u^2