



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

ALGEBRA

Un auto va a 5 km/h más rápido que otro. Si ambos recorren 300 km, uno tarda un décimo de hora más que el otro. ¿Cómo expresarías el espacio recorrido en una hora por cada auto?

Observa los siguientes procesos y completa:

Fracciones numéricas:

$$\frac{5}{14} + \frac{3}{14}$$

$$= \frac{5+3}{14} = \frac{8}{14}$$

$$= \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

Se suman los _____ y se escribe el mismo denominador

Se simplifica, si es posible

Fracciones algebraicas

$$\frac{2x-5}{x+3} + \frac{x+14}{x+3}$$

$$= \frac{2x-5+x+14}{x+3} = \frac{3x+9}{x+3}$$

$$= \frac{3(x+3)}{x+3} = 3$$

¿Cómo sería el proceso para una sustracción?

Fracciones algebraicas homogéneas

Para sumar o restar fracciones algebraicas homogéneas se suman o restan los numeradores y se escribe el mismo denominador. Luego se simplifica, si es posible.

Ejemplos:

$$1. \frac{5x-4}{x^2-2x-8} - \frac{3x-8}{x^2-2x-8} = \frac{5x-4-(3x-8)}{x^2-2x-8} = \frac{5x-4-3x+8}{x^2-2x-8}$$

$$= \frac{2x+4}{x^2-2x-8} = \frac{2(x+2)}{(x-4)(x+2)} = \frac{2}{x-4}$$

$$2. \frac{2x+1}{x^2-3x-4} - \frac{x-4}{x^2-3x-4} + \frac{x^2-5}{x^2-3x-4} = \frac{2x+1-(x-4)+x^2-5}{x^2-3x-4}$$

$$= \frac{2x+1-x+4+x^2-5}{x^2-3x-4} = \frac{x^2+5}{x^2-3x-4} = \frac{x(x+1)}{(x-4)(x+1)} = \frac{x}{x-4}$$

Recuerda:

Observa el uso del paréntesis. Cuando el signo que precede a una fracción es menos, el signo afecta a todo el numerador.

$$\frac{x}{2x+1} - \frac{x-3}{2x+1} =$$

$$= \frac{x-(x-3)}{2x+1} = \frac{x-x+3}{2x+1}$$

$$= \frac{3}{2x+1}$$

Factoricemos y simplifiquemos (si es posible) cada fracción algebraica

Fracciones algebraicas heterogéneas

Para sumar o restar fracciones algebraicas heterogéneas el procedimiento consiste en transformar las fracciones en homogéneas y luego operar.

Ejemplos:

1. Efectúa: $\frac{5x^2 + 5x}{x^2 + 2x + 1} + \frac{6x - 18}{x^2 - x - 6}$

Solución:

$$\Rightarrow \frac{5x^2 + 5x}{x^2 + 2x + 1} + \frac{6x - 18}{x^2 - x - 6} = \frac{5x(x+1)}{(x+1)^2} + \frac{6(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{5x}{x+1} + \frac{6}{x+2}$$

$$\text{MCM} = (x+1)(x+2) \quad \leftarrow$$

Determinemos el mínimo común múltiplo de los denominadores

Transformemos los sumandos en fracciones homogéneas, cuyo denominador sea el MCM hallado

$$\Rightarrow = \frac{5x(x+2)}{(x+1)(x+2)} + \frac{6(x+1)}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{5x(x+2) + 6(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{5x^2 + 10x + 6x + 6}{(x+1)(x+2)} = \frac{5x^2 + 16x + 6}{(x+1)(x+2)}$$

Efectuemos las operaciones correspondientes

Simplifiquemos (si es posible) la expresión final

$$\Rightarrow = \frac{5x^2 + 16x + 6}{x^2 + 3x + 2}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1) Convierte a fracciones homogéneas:

a) $\frac{a}{2a+4}; \frac{a+1}{a^2-5a-14}$

b) $\frac{2}{x-1}; \frac{3}{x+1}$

c) $\frac{2}{x-1}; \frac{3}{2x+2}$

d) $\frac{3}{2y-2^2}; \frac{2}{(y-1)^2}$

e) $\frac{1}{x-3}; \frac{2}{2x-6}$

2) Convierte las fracciones en homogéneas y efectúa su suma:

Operación	Fracciones homogéneas	Suma
$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+2}$		
$\frac{x-2}{4} + \frac{3x+2}{6}$		
$\frac{2}{5a} + \frac{1}{3ab}$		
$\frac{a-2b}{15a} + \frac{b-a}{20b}$		
$\frac{a+3b}{3ab} + \frac{ab^2-4ab^2}{5a^2b^2}$		
$\frac{a-1}{3} + \frac{2a}{6} + \frac{3a+4}{12}$		

3) Efectúa las siguientes sumas de fracciones:

a) $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x+1}$

b) $\frac{1}{a+2} + \frac{a}{a+2} + \frac{5}{a+2}$

c) $\frac{3}{3a+21} + \frac{8}{a+7}$

d) $\frac{4}{2x+2} + \frac{1}{x+1}$

4) Efectúa las siguientes operaciones:

a) De $\frac{1}{x-4}$ resta $\frac{1}{x-3}$

b) De $\frac{m-n}{m+n}$ resta $\frac{m+n}{m-n}$

c) Resta $\frac{1}{x-x^2}$ de $\frac{1}{x+x^2}$

d) Resta $\frac{x}{a^2-x^2}$ de $\frac{a+x}{(a-x)^2}$

5) Realiza las siguientes operaciones y muestra el resultado como una fracción irreducible

a) $\frac{m+3}{m-3} + \frac{m+2}{m-2}$

b) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x+1}{(x-1)^2}$

c) $\frac{1}{3x-2y} + \frac{x-y}{9x^2-4y^2}$

d) $\frac{x-3}{4} + \frac{x+2}{8}$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Convierte a fracciones homogéneas:

a) $\frac{1}{x+1}; \frac{1}{x-1}$

b) $\frac{4}{x-1}; \frac{1}{x+1}; \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$

c) $\frac{6}{x(3x-2)}; \frac{5}{3x-2}; \frac{2}{x^2}$

d) $\frac{2a+5}{a^2+6a+9}; \frac{a}{a^2-9}; \frac{1}{a-3}$

e) $\frac{1}{x^3+y^3}; \frac{x}{x+y}; \frac{x}{x^2-xy+y^2}$

2. Efectúa la homogenización y halla la suma:

Operación	Fracciones homogéneas	Suma
$\frac{n}{m^2} + \frac{3}{mn} + \frac{2}{m}$		
$\frac{1-x}{2x} + \frac{x+2}{x^2} + \frac{1}{3ax^2}$		
$\frac{2a-3}{3a} + \frac{3x+2}{10x} + \frac{x-a}{5ax^2}$		
$\frac{3}{5} + \frac{x+2}{2x} + \frac{x^2+2}{6x^2}$		
$\frac{m-n}{mn} + \frac{n-a}{na} + \frac{2a-m}{am}$		
$\frac{x+2}{3x} + \frac{x^2-2}{5x^2} + \frac{2-x^2}{9x^3}$		

1. Efectúa las siguientes sumas de fracciones:

a) $\frac{1}{2a+1} + \frac{2}{2a+1}$

b) $\frac{x}{x-y} + \frac{x}{x+y}$

c) $\frac{3}{x+11} + \frac{8}{x+11}$

d) $\frac{3}{1-x} + \frac{6}{2x+5}$

2. Efectúa la operación indicada:

a) De $\frac{1-x}{1+x}$ resta $\frac{1+x}{1-x}$

b) De $\frac{a+b}{a^2+ab}$ resta $\frac{b-a}{ab+b^2}$

c) De $\frac{m+n}{m-n}$ resta $\frac{m-n}{m-n^2}$

d) Resta $\frac{a+3}{12a+6}$ de $\frac{a-4}{a^2-6a+9}$

e) Resta $\frac{a+3}{a^2+a-12}$ de $\frac{a-4}{a^2-6a+9}$

3. Realiza las siguientes operaciones y muestra el resultado como una fracción irreducible

a) $\frac{x+a}{x+3a} + \frac{9a^2-x^2}{x^2-9a^2}$

b) $\frac{-a}{a^2-1} + \frac{a}{1-a^2}$

c) $\frac{ab}{9a^2-b^2} + \frac{a}{3a+b}$

d) $\frac{3}{x^2+y^2} + \frac{2}{(x+y)^2}$

e) $\frac{1}{x+x^2} - \frac{1}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2-1}$