



ACTIVIDADES DE TEORIA DE EXPONENTES II

INDICADOR:

- Aplicar correctamente las leyes de exponentes
- Reconocer las diferentes leyes de exponentes
- Desarrollar con seguridad los problemas propuestos

RAÍZ DE RAÍZ CON VARIABLES Y FORMAS INDETERMINADAS

a) Raíz de raíz con variables entre radicales

$$\sqrt[m]{a^n} \cdot \sqrt[p]{a^q} \cdot \sqrt[r]{a^s} = \sqrt[m \cdot p \cdot r]{a^{(np+q) \cdot r+s}} \quad \text{Donde:}$$

m, n, p, q, r y s ; pueden ser números enteros, fraccionarios positivos y/o negativos.

Ejercicio 1:

$$R = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x^5}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^{-4}}}$$

- a) x^2 b) x^3 c) x
 d) $\sqrt[6]{x}$ e) $\sqrt[3]{x^2}$

Resolución:

Aplicando la ley:

$$\sqrt[n]{x^p} \cdot \sqrt[m]{x^q} = \sqrt[m \cdot n]{x^{p \cdot m+q}}$$

Obtenemos:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt[3]{x^1 \cdot \sqrt{x^5}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^{-4}}} \\ &= \sqrt[3 \cdot 2]{x^{1 \cdot 2+5}} = \sqrt[6]{x^{1 \cdot 3+(-4)}} \\ R &= \sqrt[6]{x^7} \cdot \sqrt[6]{x^{-1}} = \sqrt[6]{x^7 \cdot x^{-1}} = \sqrt[6]{x^{7+(-1)}} \\ &= \sqrt[6]{x^6} = x \\ \therefore R &= x \end{aligned}$$

Rpta: C

Ejercicio 2:

Calcular el equivalente de:

$$E = \frac{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$$

- a) $\sqrt[24]{x^{23}}$ b) $\sqrt[24]{x^{31}}$ c) $\sqrt[31]{x^{24}}$
 d) $\sqrt[12]{x^{31}}$ e) N.A.

Resolución:

- Para el numerador:

$$x \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x} = x \cdot \sqrt[42]{x^{3 \cdot 2 + 1}} = \sqrt[8]{x^7} = x \cdot x^{\frac{7}{8}} = x^{\frac{15}{8}}$$

- Para el denominador:

$$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[6]{x\sqrt{x}}}$$

Regla Práctica:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x^{212} \sqrt{x^{12} \sqrt{x^3}}} &= 3 \cdot 12 \cdot 2 \sqrt{x^{(2 \cdot 12 + 1)2}} = 72 \sqrt{x^{53}} \\ \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}} &= 2222 \sqrt{x^{[(12+1)2+1]2+1}} = 16 \sqrt{x^{15}} \\ \sqrt[6]{x^{53} \sqrt{x^2}} &= 6 \cdot 3 \sqrt{x^{5 \cdot 3 + 2}} \Rightarrow 18 \sqrt{x^{17}} \end{aligned}$$

Ejercicio 3:

Efectuar:

$$E = \sqrt[3]{x^2} : \sqrt[4]{x}$$

Resolución:

$$E = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} \Rightarrow x^{\frac{2}{3} + \frac{1}{12}}$$

$$E = x^{\frac{8-1}{12}} \Rightarrow E = x^{\frac{7}{12}} \Rightarrow \sqrt[12]{x^7}$$

Regla Práctica:

NOTA

$$\sqrt[3]{x^2} \div \sqrt[4]{x} = \sqrt[3 \cdot 4]{x^{2 \cdot 4 - 1}} = \sqrt[12]{x^7}$$

$$\sqrt[2]{x^1} \div \sqrt[2]{x^1} \div \sqrt[2]{x^1} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \sqrt{x^{(1 \cdot 2 - 1) \cdot 2 + 1}} = 8 \sqrt{x^3}$$

$$\sqrt[2]{x^3} \div \sqrt[3]{x^2} \div \sqrt[2]{x^4} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \sqrt{x^{(3 \cdot 3 - 2) \cdot 2 + 4}} \Rightarrow \sqrt[12]{x^{18}}$$

- $\sqrt[n]{a^m \sqrt[b]{c}} = \sqrt[n \cdot m]{a \cdot b^m \cdot c}$

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{5^3 \sqrt{2^5 \sqrt{7}}} = \sqrt[4]{5 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{7}}$$

$$= \sqrt[4]{5 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 60 \sqrt{7}}$$

COROLARIO

- $\sqrt[a \cdot b]{x^{ac}} = \sqrt[b]{x^c}$ si ab es par
 $\Rightarrow x \in \mathbb{R}^+$

Ejemplo:

$$\sqrt[3 \cdot 5]{x^{3 \cdot 4}} = \sqrt[5]{x^4}$$

- 0^{-1} no está definido
- $\sqrt[n]{3^{n^2}} = 3^n$
- $3 \sqrt{3} = \sqrt{3^3}$
- $\sqrt[m]{a^n} \cdot \sqrt[m]{b^n} = \sqrt[m]{(ab)^n}$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS



1. Simplificar y calcular el exponente de "x" en:

$$M = \sqrt[3]{x^5} \sqrt{x^3}$$

- a) 3/13 b) 13/6 c) 6/13
d) 3/5 e) 8/5

Resolución:

2. Simplificar y encontrar el índice del radicando:

$$P = \sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$$

- a) 60 b) 45 c) 30
d) 70 e) 65

Resolución:

3. Al simplificar dar la suma del índice y el exponente:

$$S = \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x^5}$$

- a) 12 b) 16 c) 20
d) 25 e) 30

Resolución:

4. Calcular el exponente de "x":

$$R = \sqrt[4]{x^3} \div \sqrt[2]{x}$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 8 e) 7

Resolución:

5. Hallar la diferencia entre el índice y el exponente al reducir la siguiente expresión:

$$M = \sqrt[4]{x^5} \sqrt[3]{x^{-4}} \sqrt{x^{-3}}$$

- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

6. Simplificar y calcular el exponente de "a" en:

$$A = \sqrt[3]{a^{24}} \sqrt[4]{a^5} \sqrt{a^3}$$

- a) 3/4 b) 5/4 c) 4/5
d) 2/3 e) 24/60

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Calcular el exponente de "x":

$$\sqrt{\sqrt{x \div \sqrt{x \div \sqrt{x \div \sqrt{x \div \sqrt{x}}}}}}$$

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

2. Reducir:

$$\sqrt{2^4 \sqrt{8^3 \sqrt{16}}}$$

- a) $2^{25/24}$ b) $2^{3/4}$ c) $2^{24/25}$
d) $2^{3/8}$ e) N.A.

3. Hallar la diferencia entre el índice y el exponente:

$$\sqrt[3]{x^4 \div \sqrt{x \div \sqrt[4]{x}}}$$

- a) -5 b) 5 c) 4
d) 6 e) 7

4. Simplificar y calcular el exponente de "x" en:

$$S = \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x^2 \cdot \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2}}}}$$

- a) $\frac{30}{144}$ b) $\frac{63}{144}$ c) $\frac{144}{65}$
d) $\frac{65}{144}$ e) $\frac{35}{12}$

5. Reducir:

$$E = \sqrt[n]{n^n \cdot \sqrt[n]{n^{n^2}} \cdot \sqrt[n]{n^{n^3}}}$$

- a) n b) n^n c) $\sqrt[n]{x^n}$
d) n^3 e) n^2

6. Hallar el exponente de "x", luego de simplificar:

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^3} \sqrt{x^3 \sqrt{x}} \cdot x^2}{\sqrt[4]{x^3 \sqrt[3]{x}}} \right\}^{24}; x > 0$$

- a) 24 b) 32 c) 72
d) 48 e) 62

7. Reducir:

$$\frac{\sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^3 \sqrt{x}} \cdot (x^{0,5})^4}}{\sqrt{x \div \sqrt{x \div \sqrt{x \div \sqrt{x}}}}$$

- a) $x^{5/16}$ b) $x^{37/16}$ c) $x^{5/8}$
 d) $x^{3/16}$ e) $x^{16/37}$

8. Simplificar:

$$R = \frac{\sqrt[1/3]{x^{-1/3} \cdot \sqrt[1/3]{x^{-1/3} \cdot \sqrt[1/3]{x^{-1/3} \cdot \sqrt[1/3]{x^{-1/3}}}}}}{\sqrt[1/2]{x^{1/2} \cdot \sqrt[1/2]{x^{1/2} \cdot \sqrt[1/2]{x^{1/2} \cdot \sqrt[1/2]{x^{1/2}}}}}}$$

- a) x b) $x^{1/2}$ c) $x^{1/3}$
 d) $x^{1/6}$ e) 1

9. Reducir la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[5]{x^2 \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^7}}}}{\sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{x^6}}}{x}}}{x^2}}}}$$

- a) $x^{7/4}$ b) $x^{4/7}$ c) $x^{3/7}$
 d) $x^{12/7}$ e) N.A.

10. Calcular el valor de:

$$F = \frac{\sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \sqrt{2 \sqrt{2^{2-x}}}}}}}}{n \text{ radicales}}$$

Si además $x = 2^{n+1}$

- a) 2 b) 1/2 c) 3/2
 d) 4/5 e) 2^n

Problemas recreativos

1. ¿Cuántas bolitas se contarán en la figura F₂₀?

- a) 1 200
- b) 960
- c) 800
- d) 1 160
- e) 820

2. ¿Cuántos cuadritos sombreados hay en total?

- a) 1000
- b) 425
- c) 800
- d) 625
- e) 5000