



## ACTIVIDADES DE POLINOMIOS ESPECIALES

Es el conjunto de Polinomios que gozan de ciertas características especiales, llámese la ubicación de sus términos o por el comportamiento de los exponentes que afectan a sus variables, los más importantes son :

### 1. POLINOMIO HOMOGÉNEO

Es aquel que se caracteriza porque todos sus términos tienen igual grado absoluto.

EJEMPLO :

$$P(x,y) = \underbrace{5x^7y^{13}}_{\text{Grado 20}} + \underbrace{9x^4y^{16}}_{\text{Grado 20}} - \underbrace{3xy^{19}}_{\text{Grado 20}} + \underbrace{\sqrt{2}y^{20}}_{\text{Grado 20}}$$

Grado de Homogeneidad = 20

### 2. POLINOMIO ORDENADO

Con respecto a una letra es aquel que se caracteriza porque los valores de los exponentes de la variable considerada, van aumentando o disminuyendo según que la ordenación sea ascendente o descendente (Creciente o Decreciente)

EJEMPLOS :

$$* P(x) = 7ax^6 + 4x^2 + bx + (m+n)$$

Ordenado en forma descendente.

$$* P(x,y) = 6x^8 - 5x^4y + 4xy^2 - 3y^5$$

Ordenado ascendentemente para "y".

Ordenado descendentemente para "x".

### 3. POLINOMIO COMPLETO

Con respecto a una letra, es aquel que se caracteriza porque los exponentes de la letra considerada existen desde el mayor hasta el cero inclusive, denominado este último "Término Independiente" del Polinomio con respecto a esa letra.

EJEMPLO:

$$P(x) = \underbrace{ax^4}_{4^\circ} + \underbrace{xy}_{1^\circ} + \underbrace{bx^3y^4}_{3^\circ} - \underbrace{cx^2y^5}_{2^\circ} + \underbrace{y^2}_{0^\circ}$$

↑  
T.I.

## PROPIEDADES DE UN POLINOMIO COMPLETO

a) El número de términos es igual al grado del polinomio más uno.

$$\# \text{ T.P.} = \text{G.P.} + 1$$

b) El grado del Polinomio completo es igual al número de términos menos uno.

$$\text{G.P.} = \# \text{ T.P.} - 1$$

c) La diferencia de grados relativos de dos términos consecutivos es igual a la unidad.

$$\text{G.R. T}_{(x+1)} - \text{G.R. T}_{(x)} = -1$$

d) El término independiente contiene a la variable con exponente cero.

4. **POLINOMIOS IDÉNTICOS** : Son aquellos que se caracterizan porque sus términos semejantes tienen iguales coeficientes.

$$ax^3 + by^3 + cz^4 \equiv mx^3 + ny^3 + tz^4$$

Como son idénticos se cumple :

$$a = m$$

$$b = n$$

$$c = t$$

EJEMPLO : Hallar m y n en la identidad:

$$2mx^2 + 15y^2 \equiv 12mx^2 + 5by^2$$

RESOLUCION

$$2m = 12 \quad \Rightarrow \quad m = 6$$

$$15 = 5n \quad \Rightarrow \quad n = 3$$

## 5. POLINOMIOS IDENTICAMENTE

**NULOS.**- Son aquellos que se caracterizan porque todos sus coeficientes son idénticos a cero.

$$\text{Si : } ax^3 + bx^2 + cx + d \equiv 0$$

Entonces se cumple :

$$a = 0$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

EJEMPLO : Hallar :  $a + b + c$  en la identidad:  $(a - 2)x^2 + (b - 1)x + c - 3 \equiv 0$

RESOLUCIÓN

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$c - 3 = 0 \Rightarrow c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$$

EJEMPLOS

1. Dado el siguiente Polinomio Homogéneo

$$Q(x, y, z) = ax^3y^a z^2 + bx^b y^6 z - rxyz^r$$

Hallar la suma de los coeficientes del polinomio, si el grado de homogeneidad es 15.

RESOLUCIÓN

$$3 + a + 2 = 15 \Rightarrow a = 10$$

$$b + 6 + 1 = 15 \Rightarrow b = 8$$

$$1 + 1 + r = 15 \Rightarrow r = 13$$

$$\therefore a + b + -r = 10 + 8 - 13 = 5$$

2. Ordenar el Polinomio, en forma

creciente respecto a "x"

$$P_{(x,y)} = \frac{1}{2}x^2y^2 + 15xy + 3y^4 + 7x^3y^3 + \frac{7}{3}x^4$$

RESOLUCIÓN

$$P_{(x,y)} = 3y^4 + 15xy + \frac{1}{2}x^2y^2 + 7x^3y^3 + \frac{7}{3}x^4$$

3. Hallar :  $m + n + p + q$ , si :

$$R_{(x)} = \frac{3}{8}x^{p+q} - \sqrt{3}x^{m+n} + 5x^{p+m} - \frac{5}{3}x^{n-1}$$

Es completo y ordenado decrecientemente:

RESOLUCIÓN

$$n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1$$

$$m + n = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$p + m = 1 \Rightarrow p = 0$$

$$p + q = 3 \Rightarrow q = 3 \therefore m + n + p + q = 1 + 1 + 0 + 3 = 5$$

4. Si se cumple la siguiente identidad :  $2(x + 7) \equiv a(x + 2) + b(x - 3)$

Hallar :  $a^2 - b^3$

## RESOLUCIÓN

Efectuando :

$$2x + 14 \equiv ax + 2a + b x - 3b$$

$$2x + 14 \equiv (a + b) x + (2a - 3b)$$

Por ser idénticos :

$$\begin{array}{rcl} a + b = 2 & \left. \begin{array}{l} \phantom{2a + 2b = 4} \\ 2a + 2b = 4 \dots\dots\dots(1) \\ 2a - 3b = 14 \dots\dots\dots(2) \end{array} \right\} \times 2 & \\ \hline 5b = -10 & & \\ b = -2 & ; a = 4 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 - b^3 &= (4)^2 - (-2)^3 \\ &= (16) - (-8) \\ &= 24 \end{aligned}$$

5. Calcular :  $m - n + p$ , si :

$$mx^2 + 3x + nx - 7x^2 + p - 5 \equiv 0$$

## RESOLUCIÓN

Agrupando términos semejantes :

$$[m - 7]x^2 + (3 + n)x + (p - 5) \equiv 0$$

Por ser idénticamente nulo:

$$m - 7 = 0 \Rightarrow m = 7$$

$$3 + n = 0 \Rightarrow n = -3$$

$$p - 5 = 0 \Rightarrow p = 5$$

$$\therefore m - n + p = (7) - (-3) + (5) = 7 + 3 + 5 = 15$$

## CONSTRUYENDO

### MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar "a+b+c+d" si  $P(x)$  es completo y ordenado descendientemente

$$P(x) = 2x^{c+d-1} - 3x^{b-c+1} + 8x^{a+b-4} + 3x^{a+3}$$

Resolución :

Rpta. 9

2. Si el siguiente polinomio es completo y ordenado en forma descendente, calcular  $m + n + p$

$$P(x) = \sqrt{3}x^{2m-6} + \frac{1}{9}x^{5m+n-19} - 15a^4x^{p+n-3}$$

Resolución :

Rpta. 7

3. Calcular la suma de coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado

$$P_{(x,y)} = mx^m y^b + (m-2)x^2 + (m-1)x + (2m-1)x^n$$

Resolución :

Rpta.: 11

4. El polinomio:

$$P_{(x,y)} = 5x^{m-2} y^{n-1} (x^7 + 2y^{2n-3})$$

Es homogéneo con grado de homogeneidad 16. Calcular  $(m+n) \div (m-n)$

Resolución:

Rpta. 6

5. Dado el polinomio:

$$P_{(x,y)} = 7x^{2m} - 5x^m y^{n-1} - 6y^{15-m}$$

encontrar los valores de "m" y "n", si es un polinomio homogéneo.

Resolución :

Rpta.  $m = 5; n = 6$

6. Encontrar el valor de "m" y "n" para que el polinomio:

$$P_{(x,y)} = 3x^3 y^{n+2} - 5x^n y^{m-1} - xy^{m+3}$$

Sea homogéneo

Resolución:

Rpta.  $m = 6; n = 5$

7. Dado el polinomio homogéneo:

$$P_{(x,y)} = 5x^{2m} - \frac{4}{9}x^m y^{n-1} + y^{15-m}$$

encontrar los valores de "m" y "n".

Resolución :

Rpta.  $m = 5; n = 6$

8. Si el polinomio:

$$P_{(x,y)} = (a+b-2)x + (a+c-3)xy +$$

$(b+c-5)y$  es idénticamente nulo, calcular "a-b+c"

Resolución:

Rpta.: 1

## REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Calcular:

$A = (a+c)^b$  en el polinomio

$$P_{(x)} = a(3x^2 - x + 2) + b(2x - 1) - c(x^2 - x) - 6x$$

Si es idénticamente nulo:

- a) 3                      b) 8                      c) 16    d) 9                      e) 4

2. Hallar la suma de coeficientes del polinomio:

$$P_{(x)} = 2a x^{n^2-2} y^4 + 4(a-b)x^a y^b + (10b-1) x^{n^2} y^{2n-6}$$

Si es homogéneo

- a) 107                      b) 106                      c) 100    d) 90                      e) 96

3. Calcular la suma de coeficientes del polinomio homogéneo

$$Q_{(x,y)} = 8a x^{n^2-2} y^4 + 6(a-b)x^{a+b} + (20b-5) x^{n^2} y^{2n-6}$$

- a) 148                      b) 157                      c) 227    d) 237                      e) 247

4. Hallar  $K = m+n+p+q$  si el polinomio:

$$R_{(x,y)} = \frac{1}{5} x^{m+2} y^n + 5x^{m+1} y^2 + x^{2p} y^q + 8x^{q-1} y^5$$

Es homogéneo de grado 7

- a) 5                      b) 7                      c) 8    d) 15                      e) 10

5. Si el siguiente polinomio

$Q_{(x,y)} = mx^{p-1} + n x^{m^{n-2}} + mn x^{mn-7} + P x^{m^{n-1}}$  es completo y ordenado en forma ascendente, hallar la suma de coeficientes.

- a) 18                      b) 21                      c) 15    d) 20                      e) N.A.

6. Si los siguientes polinomios son idénticos:

$$M_{(x,y,z)} = (a-b)^2 x^m + (b-c)^2 y^n + (c-a)^2 z^p$$

$$N_{(x,y,z)} = ab x^m + 3bc y^n + acz^p$$

$$\text{Hallar } K = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b}$$

- a) 8                      b) 11                      c) 13    d) 14                      e) 15

7. Hallar  $P = m+p+q+r$ , si el polinomio  $R_{(x)} = 12x^{m+p} + 8x^{p+q-2} + 4x^{q+r-5} + 2x^{r-2}$

Es completo y ordenado en forma decreciente

- a) 8                      b) 9                      c) 11    d) 12                      e) 13

8. Hallar  $K = \sqrt[a-b]{c-b}$ , a partir del polinomio:

$L(x) = a(x+2)(x-1) + (x+b)(x+1) + 3x + c$  sabiendo que es idénticamente nulo.

- a)  $\sqrt{2}$       b)  $2\sqrt{2}$       c)  $\sqrt[3]{2}$       d)  $1/2$       e) 2

9. Sabiendo que el polinomio:

$Q(x) = (ax+b)(x-1) + c(x^2+x+1)$  es idéntico a  $P(x) = 2x^2 + 5x - 1$ , calcular: "a+b-c"

- a) 1      b) -1      c) 0      d) 2      e) 3

10. Hallar la suma de coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$$M_{(x,y)} = m^2 x^{m-n} + nx^2 y^6 + mx^6 y^{m+n}$$

- a) 7      b) 6      c) 5      d) 3      e) 4