



LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Miguel le dice a Catherine:

“Piensa en número de dos cifras, ahora multiplícalo por 3, al producto súmale 1, a la suma nuevamente multiplícalo por 3 y finalmente a éste producto súmale el número pensado”.

Catherine siguió al pie de la letra las indicaciones de Miguel hasta llegar al resultado final. Ante esto, Miguel le preguntó: ¿Cuánto es lo que obtuviste? Catherine respondió: “obtuve 143”

Inmediatamente Miguel le dijo: “Te apuesto que el número que pensaste en el inicio fue el 14”, ante la atónita mirada de Catherine que solo atinó a decirle: “Si ese fue el número que pensé”

¿Qué crees que pasó? ¿Acaso Miguel es un adivino?

LA MULTIPLICACIÓN

Es una operación directa que tiene por objeto, dadas 2 cantidades M (multiplicando) y m (multiplicador), hallar una tercera P llamado producto.

$$M \times n = P$$

PROPIEDADES

- **CLAUSURATIVA**

Si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{Z}$

- **CONMUTATIVA**

Si $a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times b = b \times a$

- **ASOCIATIVA**

Si $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

- **IDENTIDAD MULTIPLICATIVA**

$\forall a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists ! 1 / a \times 1 = 1 \times a = a$

- **DE MONOTONÍA**

Si $a, b \in \mathbb{Z} \wedge c \in \mathbb{Z}^+$

$a = b \Rightarrow a \times c = b \times c$

$a > b \Rightarrow a \times c > b \times c$

$a < b \Rightarrow a \times c < b \times c$

CUATRO OPERACIONES – LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

EJEMPLO 1

Reconstruyendo la multiplicación, sabiendo que cada punto es una cifra a encontrar.

$$\begin{array}{r} \dots x \\ 5. \\ .9.1 \\ .3. \\ 1 \dots 61 \end{array}$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 273 \text{ x} \\
 \underline{57} \\
 1911 \\
 1365 \\
 \hline
 15561
 \end{array}$$

EJEMPLO 2

Multiplique los siguientes números en el sistema de numeración dado: $243_8 \times 45_8$

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 243_8 \text{ x} \\
 \underline{45_8} \\
 1457_8 \\
 1214_8 \\
 \hline
 13617_8
 \end{array}$$

PROPÓN UN PROBLEMA**EJEMPLO 3****RESOLUCIÓN**
LA DIVISIÓN

Es la operación inversa a la multiplicación que consiste en que dados dos números enteros, el primero D (Dividendo) y el segundo diferente de cero d (divisor) se obtiene un tercer número q (cociente), que al multiplicarlo por el divisor se obtiene el Dividendo.

$$\frac{D}{d} = q$$

CLASIFICACION

- **LA DIVISIÓN EXACTA**

Es cuando el residuo es igual a cero

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{D} \quad \mathbf{d} \Rightarrow \quad \mathbf{D} = \mathbf{d} \times \mathbf{q} \\
 \mathbf{r} = 0 \quad \mathbf{q}
 \end{array}$$

EJEMPLO 4

Dividir 117 504 entre 36

- Al efectuar la división respectiva obtenemos 3246 de cociente (q) y 0 de residuo (r = 0)

- **LA DIVISIÓN INEXACTA**

Cuando el residuo es diferente de cero y se puede efectuar de dos maneras

POR DEFECTO

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{D} \quad \mathbf{d} \quad \mathbf{D} = \mathbf{d} \times \mathbf{q} + \mathbf{r} \\
 \mathbf{rd} \quad \mathbf{qd}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{rd} \quad \mathbf{qd}
 \end{array}$$

EJEMPLO 5

Dividir 58 entre 7 por defecto

$$\begin{array}{r} 58 \quad 7 \\ 2 \quad 8 \\ \hline 58 = 7 \times 8 + 2 \end{array}$$

CUATRO OPERACIONES – LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN POR EXCESO

$$D \quad q \quad D = d \times qe - re$$

$$re \quad qe = qd + 1$$

EJEMPLO 6

Dividir 58 entre 7 por exceso

$$\begin{array}{r} 58 \quad 7 \\ 5 \quad 9 \\ \hline 58 = 7 \times 9 - 5 \end{array}$$

RESIDUO MÁXIMO (R MÁX) Y RESIDUO MÍNIMO (R MÍN)

- $R_{MÁX} = d-1$
- $R_{MÍN} = 1$
- $d > r$

PROPÓN UN PROBLEMA**EJEMPLO 7****RESOLUCIÓN****CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS**

1. Si a un número de tres cifras que empieza con 9 se le suprime esta cifra, se obtiene un número que es la 21ava parte del número original. Hallar el número original.
2. Hallar la suma de todos los números N, tales que multiplicados por 7 se obtiene como resultado un número de 2 cifras cuyo orden es distinto al que se obtiene cuando se multiplica N por 4.

• **CANCELATIVA**Si $a, b \in \mathbb{Z} \wedge c \in \mathbb{Z}^+$

$$a \times c = b \times c \Rightarrow a = b$$

$$a \times c > b \times c \Rightarrow a > b$$

$$a \times c < b \times c \Rightarrow a < b$$

• INVERSO MULTIPLICATIVO

Para todo número diferente de cero, existe un único elemento llamado inverso multiplicativo denotado por:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Tal que:

$$a \times a^{-1} = a \times \frac{1}{a} = 1$$

DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA ADICIÓN Y LA SUSTRACCIÓN

Si $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Si $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

3. En una división inexacta el divisor es 48 ¿Cuál es el menor número de veces que se debe sumar el resto al dividendo para que la división sea exacta?
4. Dividiendo un número por 175 se obtiene 73 de residuo, pero dividiendo el número por 177 se obtiene el mismo cociente pero 11 de residuo. Hallar el dividendo.
5. La suma de dos números es 611. Si se dividen, el cociente es 32 y el residuo es el mayor posible. ¿Cuál es la diferencia entre estos dos números?
6. Al dividir entre 17 se obtiene de cociente y un resto máximo ¿Cuántos números cumplen con dicha condición?

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Si al multiplicando se le disminuye en dos unidades, el producto disminuye en 26; pero si al multiplicador se le aumenta cinco unidades, el producto aumenta en 80. Calcule el producto inicial y dé como respuesta la suma de cifras.
 - (a) 9
 - (b) 10
 - (c) 11
 - (d) 12
 - (e) 14
2. Halla la suma:
 $S = 1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6 + \dots + 30 \times 33$
 - (a) 10 850
 - (b) 10 850
 - (c) 10 085
 - (d) 10 580
 - (e) 15 800
3. ¿Cuál será la mínima cantidad que se puede agregar al dividendo para que el cociente aumente en 5?
 - (a) 172
 - (b) 173
 - (c) 174
 - (d) 175
 - (e) 176
4. La diferencia de dos números es 64 y la división entre el mayor y el menor da 3 de cociente y 8 de residuo. El número menor es:
 - (a) 27
 - (b) 28
 - (c) 29
 - (d) 30
 - (e) NA

5. Hallar un número que dividido entre 43, da como resto por defecto el doble del cociente por defecto y como resto por exceso el triple del cociente por exceso.
(a) 380 (d) 360
(b) 348 (e) 348
(c) 320
6. Calcular un número de tres cifras iguales, tal que al dividirlo entre 23 resulta el residuo por defecto mayor que el residuo por exceso en 7 unidades
(a) 111 (d) 444
(b) 222 (e) 666
(c) 333
7. ¿Cuántos números menores que 1 247 pueden ser dividendo de una división de cociente 19 y residuo 17?
(a) 65 (d) 66
(b) 70 (e) 71
(c) 87