



$$F(x)=(3x+5)(x-3)$$

II. **Método del aspa doble.**- Se utiliza para factorizar polinomios de dos variables de seis términos que tienen la forma general:

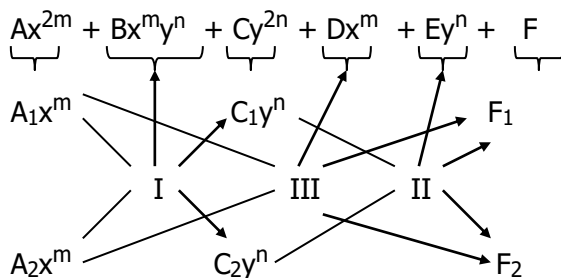
$$P_{(x,y)} = \underbrace{Ax^{2m}}_{1^\circ} + \underbrace{Bx^m y^n}_{2^\circ} + \underbrace{Cy^{2n}}_{3^\circ} + \underbrace{Dx^m}_{4^\circ} + \underbrace{Ey^n}_{5^\circ} + \underbrace{F}_{6^\circ}$$

$$\{m; n\} \subset \mathbb{N}$$

O cualquier otra expresión transformable a ésta, para emplear éste método se procede de la siguiente manera:

1. Se adecua el polinomio a la forma general, en caso falte uno o más términos éstos se completarán con ceros.
2. Se forma el primer trinomio de la expresión (1°, 2° y 3°) y se le aplica un aspa simple (I) para comprobar el término en  $x^m y^n$ .
3. Luego a los términos en  $y^{2n}$ ,  $y^n$ , y al término independiente (3°, 5° y 6°) se les aplica un aspa simple (II) para comprobar el término en  $y^n$ .
4. Finalmente se aplica un aspa simple (III) de extremo a extremo para comprobar al término en  $x^m$ .
5. Los factores serán las sumas horizontales.

Procedimiento:



**Debe ocurrir que:**

- I.  $A_1x^m \cdot C_2y^n + A_2x^m \cdot C_1y^n = Bx^m y^n$
- II.  $C_1y^n \cdot F_2 + C_2y^n \cdot F_1 = Ey^n$
- III.  $A_1x^m \cdot F_2 + A_2x^m \cdot F_1 = Dx^m$

Luego los factores se toman en forma horizontal:

$$P_{(x,y)} = (A_1x^m + C_1y^n + F_1)(A_2x^m + C_2y^n + F_2)$$

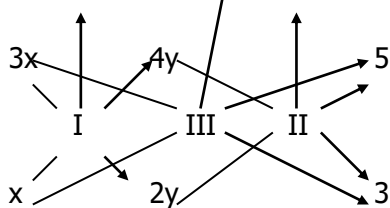
Ejemplos:

- Factorizar:  $P_{(x,y)} = 3x^2 + 10xy + 8y^2 + 14x + 22y + 15$

# ALGEBRA

Resolución:

$$3x^2 + 10xy + 8y^2 + 14x + 22y + 15$$



**Verificando:**

I.  $3x \cdot 2y + x \cdot 4y = 10xy$

II.  $4y \cdot 3 + 2y \cdot 5 = 22y$

III.  $3x \cdot 3 + x \cdot 5 = 14x$

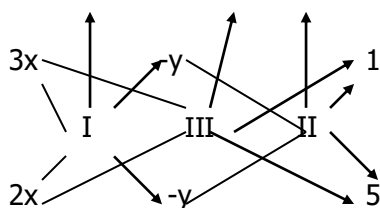
$\therefore P(x,y) = (3x+4y+5)(x+2y+3)$

- Factorizar:

$$P(x,y) = 6x^2 - 5xy + y^2 + 17x - 6y + 5$$

Resolución:

$$6x^2 - 5xy + y^2 + 17x - 6y + 5$$



$\therefore P(x,y) = (3x-y+1)(2x-y+5)$

- III. **Aspa doble especial.**- Permite factorizar expresiones que adoptan la siguiente forma general:

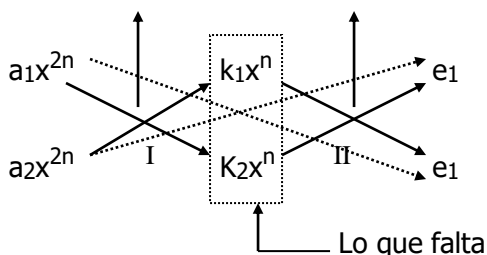
$$P(x) = Ax^{4n} + Bx^{3n} + Cx^{2n} + Dx^n + E \quad ; n \in \mathbb{N}$$

O cualquier otra expresión transformable a ésta.

## **PROCEDIMIENTO PARA FACTORIZAR:**

- Se ordena de acuerdo a la forma general, colocando cero en el lugar del término que falta.
- Se descompone adecuadamente los extremos buscando mediante un aspa simple, aproximadamente al término central.

$$Ax^{4n} + Bx^{3n} + Cx^{2n} + Dx^n + E$$



# ALGEBRA

Se debe tener (SDT):  $Cx^{2n}$

Se tiene (ST) :  $(a_1e_2+a_2e_1)x^{2n}$

Falta:  $(c-a_1e_2-a_2e_1)x^{2n}=kx^{2n}$

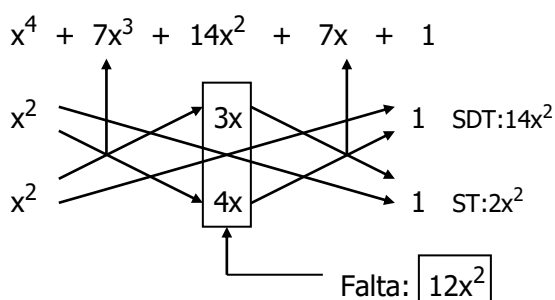
- Lo que falta se descompone en la parte central buscando aspas simples a ambos lados.
- Los factores se toman en forma horizontal.

$$(a_1x^{2n}+k_1x^n+e_1)(a_2x^{2n}+k_2x^n+e_2)$$

Ejemplos:

- Factorizar:  $P(x)=x^4+7x^3+14x^2+7x+1$

Resolución:

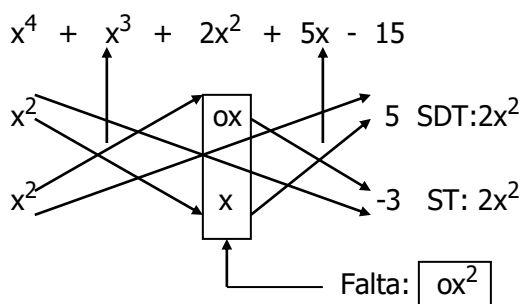


$$P(x)=(x^2+3x+1)(x^2+4x+1)$$

- Factorizar:  $F(x)=x^3(x+1)+2x^2+5(x-3)$

Resolución:

Efectuando y ordenando de acuerdo a la forma general:



$$\therefore F(x)=(x^2+5)(x^2+x-3)$$

**CONSTRUYENDO****MIS CONOCIMIENTOS**

1. Factorizar:  $12x^2 - x - 35$

*Resolución*

Rpta.  $(3x+5)(4x-7)$

2. Factorizar:  $x^4 + 4x^3 + (x^2 - 1)^2$

*Resolución:*

Rpta.  $(2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$

3. Factorizar:

$$10x^2 + 17xy + 3y^2 - 19x + 4y - 15$$

*Resolución:*

Rpta.  $(2x + 3y - 5)(5x + y + 3)$

4. Factorizar:

$$15m^2 + 19mn + 6n^2 + 5m + 4n - 10$$

*Resoluc*

Rpta.  $(3m + 2n - 2)(5m + 3n + 5)$

5. Factorizar:  $6x^4 + 19x^3 + 24x^2 + 24x + 8$

*Resolución:*

Rpta.  $(3x^2 + 2x + 4)(2x + 1)(x + 2)$

6. Factorizar:

$$2x^4 + x^3y + 3x^2y^2 + 4xy^3 + 10y^4$$

*Resolución:*

Rpta.  $(2x^2 - 3xy + 5y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2)$

**REFORZANDO****MIS CAPACIDADES**

1. Factorizar:  $64x^{12}y^3 - 68x^8y^7 + 4x^4y^{11}$   
e indicar uno de sus factores primos

- a)  $(2x + y^2)$
- b)  $(2x + y)$
- c)  $(x + 2y)$
- d)  $(2x^2 + y)$
- e) N.A.

2. Factorizar:

$abcx^2 - (a^2b^2 + c^2)x + abc$  e indicar uno de sus factores primos.

- a)  $(abx - c)$
- b)  $(abx + a)$
- c)  $(abx + c)$
- d)  $ab + c$
- e) N.A.

3. Factorizar:  $15x^2 + 14xy + 3y^2 + 23y + 41x + 14$  e indicar uno de su factores primos:

- a)  $(x+y + 2)$
- b)  $(5x^2 + 3y + 2)$
- c)  $(2x^2 + 7y + 8)$
- d)  $(x^2+y + 1)$
- e) N.A.

4. Factorizar:  $6x^4 - 25y^2 - 5yz - 5x^2y + 20z^2 - 23x^2z$  e indicar uno de su factores primos:

- a)  $(x + y + z)$
- b)  $(3x^2 + 5y - 4z)$
- c)  $(2x^2 + 5y + 4z)$
- d)  $(x^2 + y^2 + z^2)$
- e) N.A.

5. Señale el factor primo de mayor grado que posee:  $x^4 - x^3 - 2x - 4$

- a)  $x^2 + 2$
- b)  $x + 1$
- c)  $x - 1$
- d)  $x^4 + 2$
- e) N.A.

6. Factorizar:

$$2^{2x+5} - 3 \cdot 2^{x+2} - 35$$

- a)  $(2^{x+4})(2^{x+1} - 3)$
- b)  $(2^{x+1}+2)(2^{x+2} + 7)$
- c)  $(2^{x+3}+7)(2^{x+2} - 5)$
- d)  $(2^{x+2} - 4)(2^x - 1)$
- e)  $(2^{x+3} - 21)(2^x - 4)$

7. Factorizar:  $28xy - 44y^2 - 23y + 35x + 40$

- a)  $(2x+5)(7y + 4)$
- b)  $(3xy + 1)(2xy+5)$
- c)  $(4y + 5)(7x - 11y + 8)$
- d)  $(2y + 5)(9x - 14y + 6)$
- e)  $(4y + 8)(7x - 11y + 8)$

8. Factorizar:

$$(x^2 + ax - 10)(1 - a) + (2a + 6)(x - 1)$$

- a)  $(x + 2)(x + 3)(x + 4)$
- b)  $[(1 - a)x + 8][x + (a - 2)]$
- c)  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$
- d)  $(x^2 + 2)(x^2 - 3)(x^2 - 5)$
- e)  $(x + a + 8)(x + a - 2)$

1. Factorizar:

$$21x^8 + 32x^4y^3 - 5y^6$$

- a)  $(7x^4 - y^3)(3x^4 + 5y^3)$
- b)  $(x + y)(x^2 - y)$
- c)  $(7x^3 + y)(3x^4 + 2y^3)$
- d)  $(x + y^2)(x - y^3)$
- e)  $(x + 3y)(5 - xy)$

2. Factorizar:

$$8x^2 + 22x^n y^{2n} - 21y^{4n}$$

- a)  $(4x^n + 3y^{2n})(2x - 7y^2)$
- b)  $(4x^n + 3y^{2n})(2x^n - 7y^{2n})$
- c)  $(8x + 7y)(21x - 36y)$
- d)  $(4x^n + 3y^{2n})(2x + 9y^3)$
- e)  $(28x - 5y)(x + y)$

## AUTOEVALUACIÓN

1. Hallar "m" para que al dividir:  $\frac{4x^4 + 9x^5 + 12x^6 + 5x + 6x^2 - mx^3}{4x + 3}$  deje de residuo 3

**Resolución:**

2. Hallar "m" y "n" si la división es exacta:  $\frac{x^m(x-a)^{3m} - 256(3a-x)^{2n}}{x-2a}$

**Resolución:**

3. ¿Cuál es el número de términos que presenta el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^m - y^{4m-60}}{x^3 + y^9} ?$$

**Resolución:**

4. Factorizar:  $x^3y + x^2y^2 - x^2yz + yz^3 - xyz^2 - xz^3 - y^2z^2 - x^3z$

**Resolución:**

5. Factorizar:  $(a+b)(a+c) - (d+b)(d+c)$

**Resolución:**

6. Factorizar:  $6x^4 - 13x + 6 + 25x^2 - 31x^3$

**Resolución:**