



## PROMEDIOS

Luciana es una alumna que se ha propuesto llegar a ocupar los primeros lugares en rendimiento académico y para eso estuvo estudiando para dar su último examen de aritmética, necesita un 18 como mínimo de nota para poder sacar un promedio de 19 en la libreta que le permita intentar ascender a ese deseado primer puesto a nivel de todos los quintos del colegio.

Son 4 notas las que tiene hasta el momento, bien ganadas por cierto, siendo éstas 20, 17, 20 y 19.

Si se sabe que Luciana al recibir su libreta de notas obtuvo de promedio final un 17 ¿Cuánto saco de nota en dicho examen?

Dado un conjunto de datos, se denomina promedio a una cantidad representativa de dicho conjunto de datos, donde esta debe estar comprendida entre el menor y mayor valor de los datos.

### PROMEDIO ARITMÉTICO (MA)

También conocido como media aritmética, es el promedio más utilizado. Su cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$MA = \frac{\text{suma de datos}}{\text{cantidad de datos}}$$

#### EJEMPLO 1

Hallar la temperatura promedio de las 5 últimas semanas, sabiendo que éstas son 28°, 26°, 25°, 22° y 20°

#### RESOLUCIÓN

$$MA = \frac{28^\circ + 26^\circ + 25^\circ + 22^\circ + 20^\circ}{5}$$

$$MA = \frac{121^\circ}{5}$$

$$MA = 24,2^\circ$$

#### EJEMPLO 2

Se sabe que en un aula el promedio de edades de 17 alumnos es 15 años y el promedio de edades de otros 23 alumnos es 16. Halle la edad promedio del total de alumnos.

#### RESOLUCIÓN

Según los datos:

$$15 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17}}{17}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17} = 15 \times 17 = 255$$

$$16 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23}}{23}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23} = 16 \times 23 = 368$$

- Según los datos:

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17} + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23}}{40}$$

$$MA = \frac{255 + 368}{40}$$

$$MA = \frac{623}{40}$$

$$MA = 15,6 \text{ años}$$

### PROMEDIO GEOMÉTRICO(MG)

También conocido como media geométrica, es el segundo promedio más utilizado, nos permita calcular índices porcentuales y tasas de crecimiento. Su cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$MG = \frac{\text{cantidad de datos}}{\text{producto de datos}}$$

producto de datos

#### EJEMPLO 3

En un poblado del interior el crecimiento poblacional de los últimos 3 años. Hallar la tasa anual de crecimiento sabiendo que en el 2 004 es de 2,16%; el 2 005 de 5,12% y el 2 006 de 7,29%

#### RESOLUCIÓN

- Tenemos que:

$$MG = \sqrt[3]{(2,16\%)(5,12\%)(7,29\%)} = 4,32\%$$

#### EJEMPLO 4

El promedio geométrico de 10 números es 4 y el promedio geométrico de otros 5 números diferentes a los anteriores es 32. Calcule el promedio geométrico de los 15 números mencionados.

#### RESOLUCIÓN

- El MG de los 10 primeros números:

$$MG_{10} = \sqrt[10]{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}} = 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 4^{10} = 2^{20}$$

$$MG_5 = \sqrt[5]{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5} = 32$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 32^5 = 2^{25}$$

- El MG de los 15 números es:

$$MG_{15} = \sqrt[15]{a_1 + a_2 + \dots + a_{10} + b_1 + \dots + b_5}$$

$$MG_{15} = \sqrt[15]{2^{20} \times 2^{25}} = 8$$

### PROMEDIO ARMÓNICO (MH)

También conocido como media armónica, es la inversa de la MA de las inversas de los datos.

#### EJEMPLO 5

Calcular el promedio armónico de las edades de tres personas que tienen 24, 16 y 30 años.

#### RESOLUCIÓN

- Tenemos que: 3

$$MH(16; 24; 30) = \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{16} + \frac{1}{30}}$$

- Efectuando:

$$MH(16; 24; 30) = 21,81$$

**EJEMPLO 6**

El promedio armónico de 20 números es  $\frac{3}{5}$  y de otros 30 números diferentes a los anteriores es  $\frac{9}{8}$ . Halle el promedio armónico de los 50 números.

**RESOLUCIÓN**

• Tenemos que:  $\frac{20}{20} = \frac{3}{5}$

$$\text{MH}(a_1, a_2, \dots, a_{20}) = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}} = 100/3$$

$$\text{MH}(b_1, b_2, \dots, b_{30}) = \frac{30}{\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{30}}} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{30}} = 80/3$$

$$\text{MH}(a_1, a_2, \dots, a_{20}, b_1, b_2, \dots, b_{30}) = \frac{50}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}} + \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{30}}} = \frac{100/3 + 80/3}{50} = \frac{180/3}{50} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$$

**CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS**

- Hallar la MA de 5, 7, 9 y 13
- Halla la MG de 4, 12, 18 y 24
- Halla la edad promedio de dos secciones del 5to año, sabiendo que una de ellas hay 40 alumnos con una edad promedio de 15 años y en la otra 30 alumnos con una edad promedio de 18.  
(a) 14,28 (c) 17,28 (e) NA  
(b) 15,28 (d) 16,28
- Hallar la MH de 1, 2, 4, 7, 14 y 28
- El doble de la MA de 2 números es igual al cuadrado de su MG más uno. Si uno de los números es 18. ¿Cuál es el otro?  
(a) 1 (b) 2 (c) 3  
(d) 4 (e) NA
- La MA de los términos de una proporción geométrica continua excede al menor de ellos en 33 unidades. Hallar la MG de los términos de dicha proporción si la MH de sus extremos es los  $\frac{25}{37}$  del término mayor.  
(a) 115 (b) 98 (c) 33  
(d) 110 (e) 105

**REFORZANDO MIS CAPACIDADES**

- Hallar la MA de los 5 primeros números impares

2. Hallar la MA de los 4 primeros números cúbicos perfectos
3. Hallar la MG de los 3 primeros números cuadrados perfectos
4. Hallar la MG de 144 y 196
5. Hallar la MH de los 5 primeros números pares
6. Hallar el precio de 1 litro de una mezcla de vinos del tipo A y B, donde 60 litros del tipo A cuesta 5 soles el litro son mezclados con 40 litros del tipo B a 10 soles el litro.  
(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) NA
7. Si la MH de la MA y la MH de dos números es al cuadrado de la MG de ellos mismos como 1 es a la MA de dichos números. Si la suma de dichos números es 48. Indicar uno de ellos.  
(a) 22 (b) 24 (c) 26  
(d) 23 (e) 28
8. De un grupo de personas, se sabe que ninguna tiene más de 60 años y una de ellas es la menor posible. La MA de ellas es 54 y la MH entre la menor edad y cualquiera de las otras es 40. ¿Cuántas personas conforman dicho grupo?  
(a) 5 (b) 6 (c) 7  
(d) 8 (e) 9
9. Calcular la MH de 8 números, sabiendo que la MH de 5 de ellos es  $\frac{3}{4}$  y del resto de números es  $\frac{3}{5}$ .  
(a) 11 (b) 12 (c) 14  
(d) 15 (e) 16
10. La MH de 3 números enteros es  $\frac{72}{11}$ , la MA es 8 y su MG es igual a uno de ellos multiplicado por la raíz cúbica de 6. Calcular el menor de los números.  
(a) 4 (b) 5 (c) 6  
(d) 12 (e) 8