ACTIVIDAD DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS III

Forma Cartesiana o binómica de un complejo

Sea Z un número complejo de la forma
$Z = (a;b)$; entonces: $Z = a + bi$

Por ejemplo:
$Z_1 = (3;5) = 3 + 5i$
$Z_2 = (-2;\sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3}\,i$
$Z_3 = (-7;-2\sqrt{8}) = -7 - 2\sqrt{8}\,i$

Módulo o valor absoluto de un número complejo

Dado $Z = a + b\,i$; se denomina módulo o valor absoluto de Z; siendo $|Z|$ un número real no negativo, tal que:

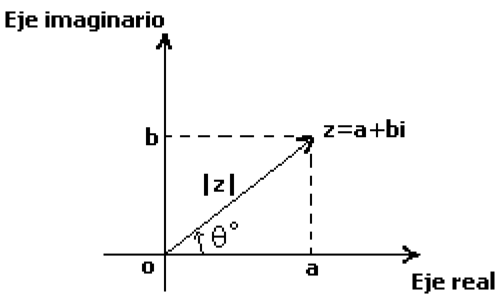
$$\boxed{|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Por ejemplo:
$Z_1 = 4 + 3i$ entonces $|Z_1| = 5$
$Z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$ entonces $|Z_2| = 2$
$Z_3 = 7 - 24i$ entonces $|Z_3| = 25$

Forma polar o trigonométrica de un número complejo

Sea $Z = a + b\,i$; donde $|z| \neq 0$

$$\boxed{Z = |Z| \,.\, (\text{Cos}\ \theta + i\ \text{Sen}\ \theta)}$$



$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{Tg}\ \theta = \frac{b}{a}$$

$$\theta = \text{Arc Tg}\left(\frac{b}{a}\right)$$

ALGEBRA

Forma exponencial de un número complejo

Sea Z = a + b i; entonces una nueva representación de Z será:

$$\boxed{Z = |Z| \cdot e^{i\theta}}$$

Donde: e $\rightarrow$ Base del logaritmo neperiano
$\theta°$ $\rightarrow$ argumento en radianos
$i = (0;1)$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Representar en forma binómica o cartesiana:

   $Z_1 = (7\,;-3) =$
   $Z_2 = (-15;6) =$
   $Z_3 = \left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right) =$
   $Z_4 = (\sqrt{5}\;;7) =$
   $Z_5 = (-6\;;\frac{1}{3}) =$

2. Hallar los módulos de los siguientes complejos:

   a) $Z_1 = (1\;;2) =$
   $\Rightarrow |z_1| =$

   b) $Z_2 = (3;\,4) =$
   $\Rightarrow |z_2| =$

   c) $Z_3 = (-1\;;\sqrt{3}) =$
   $\Rightarrow |z_1| =$

   d) $Z_4 = (3\;;-2) =$
   $\Rightarrow |z_4| =$

   e) $Z_5 = (-1\;;2) =$
   $\Rightarrow |z_5| =$

   f) $Z_6 = (-12\;;5) =$
   $\Rightarrow |z_6| =$

3. Llevar a su forma polar los complejos:

   a) $Z_1 = 1 + i$

   b) $Z_2 = 5\sqrt{3} + 5i$

4. Llevar a su forma Euleriana los números complejos siguientes:
   a) $Z_1 = 2 + 2i$
   b) $Z_2 = 2\,(\text{Cos } 20° + i \text{ Sen } 20°\,]$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. ¿Cuál de las expresiones siguientes representa a un número complejo?

   a) $\{0;5\}$ b) $[4;3]$ c) $(\sqrt{2};2)$
   d) $\{(1;2)\}$ e) N.A.

2. La parte imaginaria del Número complejo en (0;-3) es:

   a) 3 b) –3 c) 0 d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{-3}$

3. La parte real del número complejo en (13;5) es:

   a) 13 b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{-13}$ d)5 e) $\sqrt{5}$

4. El número complejo (x;0) es un número:

   a) Imaginario b) Imaginario puro
   c) Real d) Todas
   e) Ninguna

5. Escribir la forma cartesiana de los números:
   a) (-7;8)
   b) b) $(\sqrt{5};2)$
   c) (-9;-12)
   d) $(4; -\frac{1}{2})$
   e) (0;5)

6. La forma cartesiana del complejo (0;1) es:

   a) -i b) i c) $\sqrt{i}$ d) $\sqrt{-i}$ e) Todas

7. Hallar los módulos de los números:

   a) $(5\sqrt{2}\,;\,5\sqrt{2})$
   b) (-7;24)
   c) (3;-1)
   d) (9;8)
   e) $(10\sqrt{3};10)$

8. Graficar y ubicar el cuadrante del número complejo

   Z = 8 $\left(Cos\frac{5\pi}{6}+i\,Sen\frac{5\pi}{6}\right)$ dar como

   respuesta el módulo y el cuadrante.

   a) -8 ; I C
   b) -8 ; III C
   c) 8 ; I C
   d) 8 ; III C
   e) Faltan datos

9. Llevar a su forma trigonométrica los complejos:

   a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$
   b) $\left(\frac{4}{5};\frac{-3}{5}\right)$
   c) $\left(\frac{7}{25};\frac{24}{25}\right)$
   d) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$
   e) (0; +1)

10. Llevar a su forma euleriana el siguiente número complejo:

    Z = $\sqrt{3}$ - i

    a) $2e^{i\frac{\pi}{6}}$ b) $e^{i\frac{\pi}{6}}$ c) $2e^{\frac{\pi}{3}}$ d) $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ e) N.A

Autoevaluación

1. Obtener la suma de todos los valores de "x".

$$C_{x-2}^{3x-2}+C_{x-3}^{3x-2}+C_{x-3}^{3x-1}+C_{x-3}^{3x}=C_{3x-16}^{3x-1}$$

Resolución:

ALGEBRA

2. Hallar el 10mo término del desarrollo de: $\left[27x^5+(3x)^{-1}\right]^{12}$
Resolución:

3. Hallar "n" para que el t_{25} del desarrollo de: $\left(\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{\sqrt{x}}\right)^{5n+2}$ contenga a "x" con exponente 44.
Resolución:

4. Escribe las conjugadas de:
   a) $Z_1 = -\frac{1}{5}-\frac{3}{8}i$
   b) $Z_2 = \sqrt{3}+\sqrt{6}\ i$

5. Si $Z_1 = (2;3) \wedge Z_2 = (4;5)$. Halla:
   a) $Z_1 + Z_2$
   b) $Z_1 \times Z_2$
6. Llevar a su forma Euleriana (forma exponencial) los complejos siguientes:
   a) $Z_1 = 2\left(Cos\frac{\pi}{6}+i\ Sen\frac{\pi}{6}\right)$
   b) $Z_2 = 5\ (Cos\ 217º + i\ Sen\ 217º)$